Universidade Nova de Lisboa

Faculdade de Ciências e Tecnologia

Departamento de Matemática

RELATÓRIO DE ESTÁGIO

Por

Cátia Filipa dos Reis Maneca

Dissertação apresentada na Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa para a obtenção do grau de Mestre em Ensino da Matemática do 3º Ciclo do Ensino Básico e do Secundário

Orientadores:

FCTUNL: Prof. António Domingos

ESJB: Prof. Filomena Teles

Monte de Caparica

2010

Resumo

O presente Relatório de Estágio tem como principal objectivo descrever a minha reflexão geral do que foi o meu ano de Estágio Pedagógico e, também uma análise e reflexão da minha experiência com a introdução das tecnologias de informação e comunicação (TICs), nomeadamente o software GeoGebra, na aprendizagem dos alunos na temática da *Semelhança de Figuras* no 9º ano de escolaridade.

Na minha reflexão do estágio, procurei transmitir tudo o que senti e aprendi nesta minha passagem pela Escola Secundária João de Barros, situada em Corroios, nomeadamente nas turmas B e A do 9º e 10º ano de escolaridade, respectivamente. No trabalho de investigação desenvolvido na prática pedagógica, procurei dar resposta à questão: *A utilização do software GeoGebra poderá contribuir para uma "nova" aprendizagem do tema Semelhança de Figuras, tornando os alunos mais interessados e autónomos, tendo em conta o seu desempenho?* Para responder a esta questão utilizei uma investigação-acção, recorrendo a várias técnicas de recolha e análise de dados.

Depois de uma análise profunda dos dados recolhidos pude verificar que o GeoGebra foi uma mais-valia na aprendizagem dos alunos, não só por ser um instrumento motivador como também foi uma ferramenta facilitadora do seu processo de aprendizagem.

Palavras chave: Estágio Pedagógico, GeoGebra, Semelhança de Figuras.

Abstract

This report of probation is to describe my main general reflection of what has been my year of Pedagogic Practice and also an analysis and reflection of my experience with the introduction of information and communication technologies (ICTs), including the software GeoGebra in pupils' learning in the subject of Similar Figures of the 9th grade.

In my reflection of the stage, tried to convey what I felt and learned in my passage through the Escola Secundária João de Barros, located in the Corroios, especially in classes B and A for the 9th and 10th grade, respectively. In the research work in pedagogic practice, I tried to answer the question: Given the performance of students, using the software GeoGebra can contribute to a "new" learning in theme of Similar Figures, making students more interested and autonomous? To answer this question used an action research, using various techniques for collecting and analyzing data.

After a thorough analysis of data collected could verify that the GeoGebra was an added value for students' learning, not only as a motivator as was also a tool to facilitate the process of learning.

Keywords: Pedagogic Practice, GeoGebra, Similar Figures.

Índice

Lista de Figuras

Lista de Gráficos

Lista de Tabelas

Parte I

Relatório / Reflexão

da

Prática Pedagógica

Introdução

"Ser estagiário não é ser menos, e sim o começo de uma grande responsabilidade social e cultural. Ser estagiário é dar início a uma brilhante carreira. É fazer parte de um todo. É aprender a usar ferramentas para confeccionar futuros brilhantes"

Heloisa Silva

Este documento destina-se a relatar e a apresentar uma reflexão individual crítica e objectiva acerca da prática pedagógica exercida durante o Estágio de Matemática, realizado na Escola Secundária João de Barros, em Corroios, no ano lectivo de 2009/2010, a fim de analisar os progressos efectuados e os erros cometidos, de forma a avaliar a concretização dos objectivos iniciais.

O início do ano lectivo era muito ansiado e o nervoso miudinho fez-se sentir logo no primeiro dia em que fomos (Núcleo de Estágio) conhecer a Escola, o nosso local de trabalho. Era um mundo completamente desconhecido, um mundo pelo qual tinha muita vontade em descobrir explorar com todos os intervenientes que tiveram presentes nesta caminhada.

Com o Processo de Bolonha os Estágios Pedagógicos sofreram alterações muito significativas, relativamente aos anteriores. Uma dessas modificações, deve-se com o facto de que agora não são atribuídas turmas aos estagiários, mas sim regências nas turmas do Orientador Pedagógico, o que se por um lado permite uma maior participação do Orientador, por outro fornece uma experiência mais diversificada ao estagiário.

Integração na Escola / Departamento de Matemática

Desde o primeiro momento em que entrei na Escola que fui muito bem recebida pela Orientadora Pedagógica e restante corpo docente. Assim como, desde os funcionários até aos membros do Conselho Executivo, que sempre me receberam com muita paciência, visto ser um novo membro naquela comunidade escolar. Havendo sempre muito respeito e cordialidade de ambas as partes.

Quanto ao Departamento de Matemática, e mais precisamente pelo seu Coordenador, sempre houve uma total disponibilidade para qualquer ajuda e/ou esclarecimento necessário.

Foi com muito agrado que conheci a Orientadora Pedagógica, que com uma afectuosa simpatia deu a conhecer a Escola, cedendo informações sobre a sua gestão e modo como funcionava relativamente a alguns aspectos que condicionam o desempenho docente. Deu também a conhecer documentos importantes, tais como o Projecto Curricular de Escola, o Projecto Educativo, o Regulamento Interno, os Princípios Orientadores da Avaliação de Escola, tanto para o 3º ciclo do Ensino Básico como para o Ensino Secundário, e mais especificamente os Critérios de Avaliação na disciplina de Matemática para o 9º ano e de Matemática A para o 10º ano de escolaridade. Dado que, neste ano lectivo, a Orientadora teve a seu cargo duas turmas, uma de 9º ano do Ensino Regular e outra de 10º ano do Curso de Ciências e Tecnologias.

No que diz respeito à turma do 9º ano fui informada da sua composição, dos bons alunos e dos que eram repetentes, e da existência de dois alunos com necessidades educativas especiais.

Quanto ao 10º ano, foi apenas transmitido que a maioria dos alunos provinha de outras escolas do Ensino Básico, pois a informação que a Orientadora tinha, no que respeitava ao conhecimento das suas aprendizagens e competências, era ainda muito reduzida.

A Orientadora também deu toda a informação acerca do Estágio Pedagógico. Como iriam funcionar as aulas, o número de aulas que possivelmente iria leccionar, entre outras informações importantes para o ano lectivo.

Para além da grande sala de professores que a Escola possui, foi-nos (Núcleo de Estágio) também disponibilizado o livre acesso ao gabinete do Departamento de Matemática, onde se encontravam vários manuais de todos os níveis escolares, materiais didácticos e pedagógicos, assim como equipamento informático (computador, internet, impressora), etc… O que foi uma mais valia para o desenvolvimento do nosso trabalho.

Turmas de Estágio

Como referido anteriormente, a Orientadora Pedagógica tinha duas turmas, uma de 9º ano do Ensino Regular e outra de 10º ano de Matemática A, optámos (eu e o meu colega de estágio) por participar em todas as actividades lectivas, assim como fazer a leccionação em ambas as turmas.

Para além de se tornar uma experiência bastante enriquecedora visto que se tinha a oportunidade de num estágio, leccionar dois níveis diferentes, 3º ciclo e Secundário, também iria permitir fazer um contraste entre o desempenho e resultados de uma turma em fim de ciclo com outra em início do ciclo seguinte. O que se verificou numa mais valia, uma vez que forneceu dados importantes sobre as aprendizagens e capacidades dos alunos do 9º ano que servem para percepcionar quais as suas dificuldades a nível de desempenho escolar, logo após a sua entrada no 10º ano, isto é no início do Ensino Secundário.

Esta experiência de partilha veio enaltecer todos os materiais pedagógicos aplicados quer a nível de produção quer de qualidade, tal como as actividades de sala de aula desenvolvidas em conjunto se tornaram mais eficientes no desenvolvimento de competências e melhoria das aprendizagens dos alunos.

Na turma do 9º ano de escolaridade, como referido anteriormente, existiam dois alunos com necessidades educativas especiais, abrangidos pelo decreto-lei nº3/2008 de 7 de Janeiro, com referência à CIF. Um deles esteve sujeito a um Plano Educativo Individual, usufruindo das medidas de regime educativo especial, isto é, Apoio Pedagógico Personalizado e Adequações no Processo de Avaliação. O outro aluno usufruiu de um Currículo Especifico Individual em algumas disciplinas, incluindo a Matemática que frequentou individualmente, com a duração de 90 minutos por semana, pois o específico currículo é de carácter funcional e só pode ser implementado individualmente, não havendo lugar a Apoio Pedagógico Personalizado.

Como a maioria dos alunos deste ano de escolaridade provinha da turma de 8º ano a cargo da Orientadora Pedagógica no ano lectivo anterior, havia um profundo conhecimento das suas competências e aprendizagens adquiridas.

Era uma turma constituída por 24 alunos, dos quais 10 eram raparigas e 14 eram rapazes, sendo que a maioria tinha inicialmente 14 anos de idade, ou seja, encontra-se dentro do padrão do ano de escolaridade em causa, onde as suas idades variavam entre os 14 e os 18 anos, como se pode verificar na tabela seguinte:

Sexo	**Idade**				**Total**
	14	15	16	18	
Feminino	5	2	2	1	10
Masculino	9	5	0	0	14
Total	14	7	2	1	24

Tabela nº: 1 – Distribuição dos alunos do 9º ano no estudo por sexo e idade.

Apenas 3 alunos eram de nacionalidade diferente da portuguesa, sendo 1brasileiro, 1 cabo-verdiano e 1 santomense.

De acordo com o Projecto Curricular de Turma, a generalidade dos agregados familiares era constituída por 4 ou 3 pessoas (pais e 2 ou 1 filho). Da totalidade da turma um aluno vivia só com a mãe e outro com os pais, irmão e avós. Em que 50% dos Encarregados de Educação completaram o Ensino Secundário e 29% são licenciados.

Quanto ao gosto pelo estudo, verificou-se que 9 alunos da turma gosta de estudar, 4 alunos só gosta de estudar ocasionalmente e 8 alunos não gosta de estudar. Sendo 58% dos alunos a referir que estuda todos os dias entre 1 a 2 horas e apenas 2 alunos estudam 3 horas por dia.

Dos 21 alunos que estudam em casa, a maioria (14) estuda no quarto, 1aluno na sala e outro refere explicitamente que não estuda. Pelo que dos seis alunos que têm ajuda nos estudos, este apoio é prestado respectivamente pelo pai, mãe ou irmã, 2 alunos pelos professores do Centro de Explicações e 1 aluno não referiu quem o ajudava.

Em geral, 18 dos alunos nunca repetiram qualquer ano de escolaridade, enquanto 3 alunos repetiram uma vez e outros 3 alunos repetiram desde o seu percurso escolar dois anos de escolaridade. Referiram como causa do seu insucesso a antipatia do/pelo professor, a indisciplina na sala de aula e a falta de hábitos de trabalho.

Mesmo assim, 81% da turma ambiciona por fazer o Ensino Superior sendo apenas 15% a referir ficar só com o Ensino Secundário.

De salientar ainda que a Matemática era a segunda disciplina que os alunos menos gostam (ver gráfico nº: 1) sendo a sua disciplina preferida a Educação Visual (ver gráfico nº: 2).

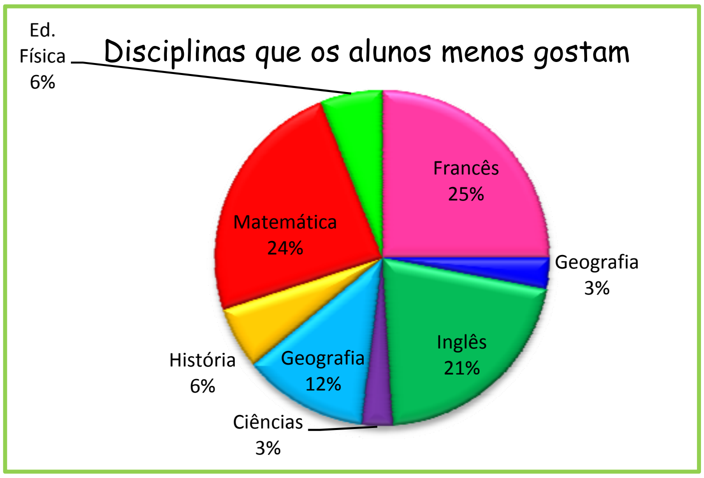


Gráfico nº: 1 – Disciplinas que os alunos do 9º ano menos gostam.

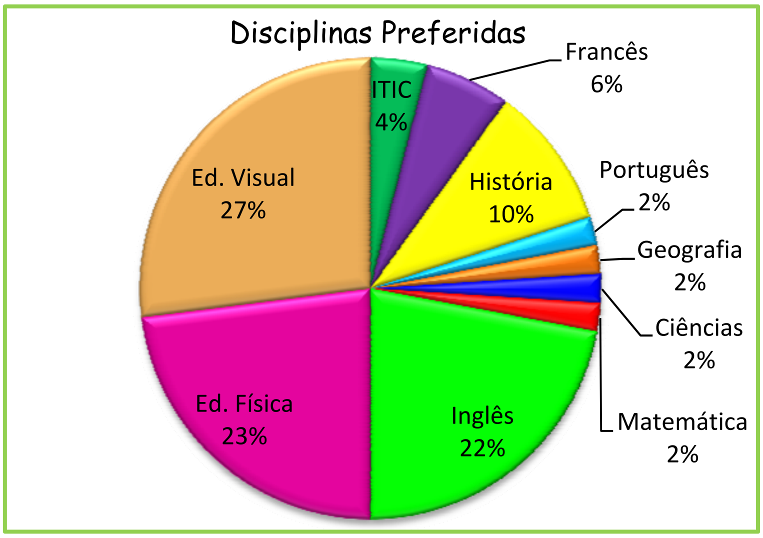


Gráfico nº: 2 – Disciplinas preferidas dos alunos do 9º ano.

No que diz respeito ao 10º ano, não tenho tantos pormenores a evidenciar pois neste ano de escolaridade não existe o Projecto Curricular de Turma, onde uma das suas componentes é a caracterização da turma. Era uma turma constituída inicialmente por 28 alunos, vindo posteriormente a ingressar, mais dois alunos, ainda no 1º Período, fazendo um total de 30 alunos, no entanto com o decorrer do ano lectivo houve anulamentos de matrícula à disciplina, ficando a turma reduzida a 25 alunos, dos quais 12 eram raparigas e 13 eram rapazes, sendo que grande parte da turma tinha inicialmente 15 anos de idade, ou seja, encontra-se dentro do padrão do ano de escolaridade em causa, onde as suas idades variavam entre os 15 e os 17 anos, como se pode observar na tabela seguinte:

Sexo	**Idade**			**Total**
	15	16	17	
Feminino	9	2	1	12
Masculino	11	2	0	13
Total	20	4	1	25

Tabela nº: 2 – Distribuição dos alunos do 10º ano no estudo por sexo e idade.

Pelo menos dois alunos seriam de nacionalidade diferente da portuguesa.

Quanto às suas competências e aprendizagens, pouco ou nada se sabia, apenas se tinha a informação do nível de avaliação com que provinham do Ensino Básico a Matemática, mas com o desenrolar do ano lectivo verificou-se que havia alunos muito fracos e outros muito bons, sendo a maioria da turma mediana.

Preparação e Organização das Actividades Lectivas

Em toda a preparação e organização de qualquer material pedagógico e/ou actividade lectiva, recorri sempre às orientações curriculares e às competências essenciais da Matemática a desenvolver pelos alunos, tendo em consideração as Competências Essenciais e Específicas da Matemática e o Programa de Matemática, ambos do Ministério da Educação publicados pelo Departamento de Educação Básica, em 2001 e 1991 (5ª edição), respectivamente, isto relativamente ao 9º ano, quanto ao 10º ano de escolaridade tive em conta as Orientações Curriculares do Ministério da Educação, publicadas pelo Departamento do Ensino Secundário em 2001.

Recursos e Instrumentos Utilizados

Todo o material necessário à minha actividade lectiva teve sempre em atenção as características da turma e o seu nível de ensino.

No âmbito da avaliação das atitudes e valores dos alunos recorreu-se a uma grelha de registo, baseado na observação.

Como principal recurso usei sempre os manuais adoptados (*Matematicamente Falando – 9* e *Matemática A 10º ano*), uma vez que para os alunos este é a sua "bíblia". E elaborei diversas fichas de trabalho como complemento às suas aprendizagens.

Nas aulas fiz uso de todos os materiais disponíveis que me pudessem auxiliar de forma a facilitar as aprendizagens dos alunos, por isso, para além do quadro habitual numa sala de aula, utilizei o quadro interactivo e/ou noutras vezes o videoprojector, sempre associados a apresentações em PowerPoint. Quando foi dedicada uma aula à realização de actividades de modelação matemática, no âmbito da Unidade Curricular das Funções na turma do 10º ano, recorreu-se na recolha de dados ao uso de sensores de movimento (CBR) e a equipamento necessário à execução das experiências da Bola Deslizante e da Bola Saltitante.

Demais será dizer que as calculadoras científicas e/ou gráficas sempre fizeram parte do material necessário às aulas, e relativamente ao 10º ano onde se dá o primeiro contacto dos alunos com a calculadora gráfica, foi usado o emulador TI-SmartView da mesma calculadora.

Também a fim do meu projecto de investigação, realizado no 9º ano, e não só, como por exemplo na preparação de materiais pedagógicos recorreu-se ao software GeoGebra. Outro software que utilizei na preparação de materiais pedagógicos relacionados com funções foi o Graph 4.3.

Uma outra ferramenta indespensável, principalmente ao desenvolvimento da capacidade de comunicação entre professor e aluno, é a Plataforma Moodle da própria Escola, onde foi criada a disciplina Matemática 9ºB, como o nome sugere, no âmbito da turma do 9º ano, de forma a disponibilizar aos alunos um vasto conjunto de materiais pedagógicos de apoio ao estudo para o Exame Nacional de Matemática.

Muitas vezes o processo de ensino-aprendizagem torna-se difícil quando o professor não dispõe de meios para facilitar a aprendizagem do aluno, assim, as Tecnologias de

Informação e Comunicação (TIC) são uma forma dos alunos adquirirem conhecimento através da exploração, experimentação, visualização e interacção com as tecnologias. Por isso mesmo é que fiz e hei-de fazer uso das TIC no desenvolvimento das minhas actividades lectivas.

Planificações

Previamente à leccionação das aulas, propriamente ditas, elaborou-se a devida Planificação da Unidade Curricular e Planificação de Aula.

As Unidades Curriculares que fizeram parte da minha actividade lectiva foram:

9º ano

- Proporcionalidade Inversa. Representações Gráficas.

10º ano

- Funções
  - Função Afim
  - Função Quadrática – Equações e Inequações do 2º grau
  - Funções Polinomiais de grau superior ao segundo

As Planificações da Unidade Curricular encontram-se divididas em duas partes, numa primeira enuncia-se qual a Unidade Curricular e, se for o caso, o tema em causa, revelando-se os objectivos gerais e os pré-requisitos necessários à unidade e refere-se qual o manual adoptado, numa segunda parte refere-se a que período lectivo está inserida, o número de aulas (90 minutos cada) previstas, os conteúdos a abordar, os objectivos específicos de aprendizagem, as metodologias e estratégias de ensino a aplicar, os materiais e recursos necessários à sua implementação e a avaliação prevista aos alunos.

No que diz respeito às Planificações de Aula, foram estruturadas e elaboradas tendo em consideração vários factores:

- as características da turma;
- os novos conceitos a ser leccionados, os conceitos pré-requeridos e o encadeamento adequado;

- a introdução de conceitos mais adequada, através de exemplos do quotidiano, do paralelismo com outros conteúdos, da sugestão de actividades e/ou de conteúdos pré-requeridos;
- quais os objectivos que os alunos deverão atingir;
- qual a melhor estratégia/metodologia de ensino;
- procurar o equilíbrio entre a transmissão de saberes e o desenvolvimento de capacidades;
- o tipo de exercícios, tentando que houvesse um grau crescente de dificuldade;
- a linguagem específica a utilizar e as observações pertinentes;
- o tempo a distribuir pelas diversas tarefas;
- a interacção entre o professor e os alunos;
- a participação dos alunos no desenvolvimento da aula;
- quais os materiais e recursos necessários;
- a avaliação prevista aos alunos;
- e se for o caso, qual o trabalho de casa adequado.

É fundamental que o professor tenha sempre presente uma visão do conjunto e da inter-relação dos elementos constituintes do Programa de modo que cada situação de ensino-aprendizagem constitua uma peça de um todo.

Avaliação

A avaliação dos alunos é um elemento integrante da prática educativa que permite a recolha sistemática de informações e a formulação de juízos para a tomada de decisões adequadas às necessidades dos alunos e do sistema educativo.

Pelo que desde a minha entrada na Escola a Orientadora Pedagógica fez questão de informar como decorria a avaliação dos alunos e de como se processava ao nível dos critérios da Escola, quer para o 3º Ciclo do Ensino Básico, quer para o Ensino Secundário.

Existem várias modalidades de Avaliação:

- ***Diagnóstica –*** permite analisar os conhecimentos e aptidões dos alunos, funcionando como um diagnóstico que pode ser realizada de diversas formas e é geralmente aplicada no início de uma Unidade Curricular;

- ***Formativa –*** identifica as aprendizagens bem sucedidas e as dificuldades dos alunos, contribuindo na avaliação contínua e recolhendo informações que servem na orientação do ensino, sendo aplicada no decorrer das Unidades Curriculares em momentos oportunos para averiguar os resultados obtidos através de testes, fichas de trabalho, trabalhos e da avaliação de atitudes e valores.

- ***Sumativa –*** procede-a um balanço de resultados, permitindo completar um ciclo de avaliação, tendo em conta todos os parâmetros de avaliação. Esta pode ser ***Interna*** da responsabilidade do professor, formalizando-se na reunião de Conselho de Turma, ou ***Externa***, sendo responsabilidade do Ministério da Educação, como é o caso do 9º ano de ensino que tem o Exame Nacional de Matemática.

Conforme o Projecto Curricular de Escola para o 3º Ciclo de Ensino Básico os Critérios de Avaliação estão estruturados em dois grandes grupos, o dos Conhecimentos e Aptidões/Capacidades, e o das Atitudes/Valores (saber estar/ saber ser).

Estes critérios foram adaptados à disciplina de Matemática, sendo atribuídos 60% aos Conhecimentos que serão determinados com base nos testes, e as Capacidades/Aptidões foram divididas em 15% para os trabalhos produzidos na aula e 10% para os trabalhos produzidos fora de aula, obtendo assim os 85% estipulados pelo Projecto Curricular de Escola para estes domínios, quanto às Atitudes/Valores permanecem os 15% que serão determinados com base em grelhas de observação.

Relativamente ao 10º ano, segundo o Projecto Curricular de Escola para o Ensino Secundário os Critérios de Avaliação incidem sobre os domínios de Conhecimentos e Capacidades, e de Atitudes/Valores.

Estes critérios, também foram adaptados à disciplina de Matemática A, de forma a que 75% corresponde aos Conhecimentos, com base nos testes, encontrando-se as Aptidões transversais subdivididas em 10% para os trabalhos produzidos na aula e 5% para os trabalhos produzidos fora da aula, perfazendo assim os 90% estipulados pelo Projecto Curricular de

Escola para estes domínios, os restantes 10% correspondem às Atitudes e Valores que terão por base grelhas de observação e grelhas de auto/hetero avaliação.

A classificação a constar nos instrumentos de avaliação formais e informais, de acordo, ainda, com o Projecto Curricular de Escola, a nível de 3º Ciclo do Ensino Básico deve ser quantitativa e qualitativa, sendo esta última de obedecer a terminologia própria, como se demonstra na tabela seguinte:

%	***Avaliação Qualitativa***
0% a 19%	Muito Insuficiente
20% a 49%	Insuficiente
50% a 69%	Suficiente
70% a 89%	Bom
90% a 100%	Muito Bom

A nível do Ensino Secundário é apenas quantitativa numa escala de 0 a 20 valores.

Os instrumentos de avaliação implementados nas turmas onde efectuei a minha actividade lectiva foram os testes, realizando-se, em média, dois por período lectivo, fichas de trabalho, efectuadas em e fora de aula, trabalhos de pesquisa e resumos de Unidades Curriculares, e grelhas de registo das atitudes de valores que incluiam as atitudes/comportamento, a pontualidade, o interesse/empenho, a participação oral e escrita, a realização dos trabalhos de casa e a utilização do caderno diário. Na turma do 9º ano salienta-se ainda a organização dos cadernos diários e a elaboração de um portefólio realizado conjuntamente entre a disciplina de Matemática e a área curricular não disciplinar de Estudo Acompanhado. Na turma do 10º ano implementou-se ainda relatórios e actividades.

Elaboração de Materiais Pedagógicos

Visto partilhar com o meu colega de Estágio as turmas que a Orientadora Pedagógica tinha a seu cargo, durante o ano lectivo elaborámos diferentes materiais pedagógicos:

1º Período

➜ Elaboração, correcção e classificação do 1º teste do 10º ano, no início de Outubro, junto com a sua matriz de cotação, que permite de uma forma equilibrada efectuar o teste considerando a relação entre os conteúdos e o peso das competências da Matemática nos domínios de Conceitos e Procedimentos, Raciocínio, Resolução de Problemas e Comunicação Matemática.

Como tarefa inicial, foi um grande desafio, dada a sua responsabilidade, mas foi com enorme motivação e empenho que a superei. Muitas eram as dúvidas, desde a estrutura do teste, o número de questões de cada tipo (abertas e fechadas), a adequação das questões, o peso relativo dos conteúdos ao peso relativo das questões no âmbito das competências matemáticas. No entanto, o maior enigma foi mesmo a construção da matriz do teste, visto ser-me uma novidade, contudo aquando da realização de posteriores testes e respectivas matrizes já me senti muito mais à vontade.

➜ Realização, correcção e classificação de fichas de trabalho relativas ao 10º ano acerca do módulo inicial, relativamente à geometria no plano e no espaço no âmbito de preparar os alunos para o momento de avaliação em causa. (Outubro)

➜ No âmbito do Projecto de Investigação na Prática Pedagógica, no 10º ano, realização, correcção e classificação da ficha de diagnóstico TA sobre a intersecção de um plano com um cubo, secções e truncaturas e respectivas métricas. (Outubro)

➜ No âmbito do Projecto de Investigação na Prática Pedagógica, no 10º ano, elaboração, correcção e classificação de seis actividades "Vamos Descobrir Novos Poliedros" sobre a intersecção de planos em sólidos regulares, secções e truncaturas, e respectivas métricas. Esta tarefa teve incluído um guião com os seus objectivos, processos de realização e avaliação e os prazos em que os alunos tinham de entregar determinadas questões que eram revistas pelo professor podendo o aluno refazer a sua resolução. Este trabalho só ficou concluído com a entrega de um relatório final acompanhado da construção do sólido e da sua respectiva planificação. (Outubro – Novembro)

→ Elaboração de fichas informativas, de trabalho e de avaliação, estas últimas com devida correcção e classificação, e apresentações em PowerPoint como suporte à leccionação, no 9º ano, da Unidade Curricular: Proporcionalidade Inversa. Representações Gráficas. (Novembro – Dezembro)

→ Realização, correcção e classificação do segundo teste do 9º ano, assim como a elaboração da respectiva matriz. (Dezembro)

→ No âmbito do Projecto de Investigação na Prática Pedagógica, para o 9º ano, realização, correcção e classificação de uma Ficha Diagnóstica sobre Semelhança de Figuras. (Janeiro)

→ Elaboração de fichas de trabalho sobre probabilidades, equações, sistemas de equações e funções, para o 9º ano, no âmbito de preparar os alunos para o momento de avaliação em causa. (Dezembro)

2º Período

→ No âmbito do Projecto de Investigação na Prática Pedagógica, para o 9º ano:

└ Elaboração de um Mini-Guião de utilização do software GeoGebra. (Janeiro)

└ Elaboração de uma ficha de trabalho com o intuito dos alunos explorarem, através de um primeiro contacto, o aplicativo GeoGebra. (Janeiro)

└ Elaboração de uma ficha de trabalho sobre Semelhança de Figuras contendo diversas actividades a serem efectuadas com o auxílio do software GeoGebra. (Janeiro)

→ No âmbito do Projecto de Investigação na Prática Pedagógica, para o 10º ano, realização, correcção e classificação da ficha de trabalho TAC sobre a intersecção de planos em sólidos regulares, secções e truncaturas, e respectivas métricas. (Janeiro – Fevereiro)

➔ Realização de fichas informativas e de trabalho, e apresentações em PowerPoint como suporte à leccionação dos temas Função Afim e Função Quadrática no 10º ano. (Fevereiro – Abril)

➔ No âmbito do Projecto de Investigação na Prática Pedagógica, para o 9º ano, elaboração de uma ficha de avaliação sobre Semelhança de Figuras. (Março)

➔ Elaboração, correcção e classificação do quarto teste do 10º ano, assim como a elaboração da respectiva matriz. (Março)

3º Período

➔No âmbito do Projecto de Investigação na Prática Pedagógica, para o 9º ano, elaboração, correcção e classificação de actividades sobre Semelhança de Figuras recorrendo ao software GeoGebra. (Abril)

➔ Realização de apresentações em PowerPoint como suporte à leccionação do tema Funções Polinomiais de grau superior ao segundo, na turma do 10º ano. (Abril)

➔ Elaboração de uma ficha informativa sobre Semelhança de Figuras para o 9º ano. (Maio)

➔ No âmbito do Projecto de Investigação na Prática Pedagógica, para o 9º ano, realização de um Questionário sobre a utilização do software GeoGebra no auxílio à resolução de problemas relacionados com a Semelhança de Figuras. (Maio)

➔ Realização, correcção e classificação de actividades de modelação matemática, "Bola Saltitante" e "Bola Deslizante", no 10º ano. (Maio)

➔ No âmbito do Projecto de Investigação na Prática Pedagógica, para o 10º ano, realização, correcção e classificação da Ficha de Trabalho TAC2 sobre intersecção de planos em sólidos regulares, secções e truncaturas, e respectivas métricas. (Maio)

➙ Elaboração e posterior correcção de um conjunto de fichas de trabalho de revisão e preparação para o Exame Nacional de Matemática para o 9º ano, estruturadas de acordo com os quatro temas principais: Estatística e Probabilidades, Números e Cálculo, Álgebra e Funções, e Geometria. (Maio – Junho)

Para além destas tarefas, entre Outubro e Abril, fiz a resolução das Séries de Problemas de Matemática A, para o 10º ano, disponibilizadas pelo GAVE, com o intuito de esclarecer qualquer dúvida aos alunos.

Concretização da Prática Pedagógica

No início do ano lectivo comecei a assistir às aulas da Orientadora Pedagógica para ficar a conhecer como se desenvolve o processo de dar aulas. Não me limitei apenas a assistir, auxiliei os alunos nas suas aprendizagens, como por exemplo, nas dúvidas que surgiam acerca dos exercícios. Na minha opinião foi extremamente importante este estabelecimento de laços antes de leccionar as aulas, pois tive a oportunidade de conhecer melhor os alunos e vice-versa.

Comecei a minha prática pedagógica, no início de Novembro, na turma do 9º ano com o tema de revisões sobre funções e proporcionalidade directa no âmbito da Unidade Curricular *Proporcionalidade Inversa. Representações Gráficas*, a qual se estendeu até quase ao final do 1º Período. No 2º Período devido a ter um exame na faculdade, tanto eu como o meu colega de Estágio pedimos à Orientadora Pedagógica para começarmos as práticas pedagógicas após essa fase, a qual se mostrou, como sempre, muito compreensiva e comecei, assim, a leccionar logo no segundo dia de Março, na turma do 10º ano, a Unidade Curricular das Funções, com os temas Função Afim e Função Quadrática, nesta mais precisamente Equações e Inequações do 2º grau. No 3º Período estive outra vez a leccionar no 10º ano, no mês de Abril, ainda dentro da mesma Unidade Curricular, o tema Funções Polinomiais de Grau Superior ao Segundo.

Ao mesmo tempo que foi uma experiência aliciante, também foi uma experiência assustadora visto que, estava ali, à frente de uma turma de vinte e tais alunos, isto é, vinte e tais pessoas diferentes com personalidades bem delineadas. E, gerir este factor com o de estar sempre a ser avaliada, é no mínimo assustador para quem nunca teve uma experiência a leccionar. Passar de aluno a professor é realmente um processo difícil, um turbilhão de emoções. Durante o ano lectivo, à semelhança dos meus colegas que se encontravam em Estágio Pedagógico, tive de conciliar as aulas da faculdade com as aulas do Estágio, havendo momentos de muito trabalho, de desgaste físico e emocional, mas em ambos sempre quis dar o meu máximo e o meu melhor.

Quando finalmente chegou o grande dia de ser eu a leccionar a minha primeira aula, confesso que estava um pouco nervosa, pois não sabia qual iria ser a reacção dos alunos, visto que já estavam habituados à forma da Orientadora Pedagógica leccionar, e para além de existir uma forte preocupação em tudo correr como planeado, o mais importante era chegar ao fim da aula e ter a percepção de que os conhecimentos da forma como foram transmitidos chegaram aos alunos, tendo estes adquirido as competências programadas.

Tentei que as aulas, em geral, não fossem demasiado expositivas, isto é, após cada exposição de nova matéria, fiz questão de dedicar algum tempo à resolução de problemas e exercícios, para consolidar a matéria dada, e simultaneamente, ia percorrendo a sala apoiando individualmente cada aluno, reforçando os bons e ajudando os alunos com mais dificuldades desmontando a aprendizagem em pequenas aprendizagens até à compreensão total da parte deles. Tenho noção de que este foi um aspecto no qual evolui, assim como também houve uma considerável evolução na comunicação entre professor/aluno no que respeita a pequenas questões dirigidas aos alunos, em particular e não no geral, durante todo o desenvolvimento da aula.

Em algumas aulas tive de fazer adaptações à planificação, pois por diversas razões senti que era necessário dar mais tempo aos alunos no sentido destes puderem assimilar correctamente certos conteúdos. Sendo, no geral, cumpridos os objectivos específicos propostos aos alunos, como as planificações, através da metodologia de ensino-aprendizagem utilizada no decorrer das actividades lectivas, com o respectivo desenvolvimento das aprendizagens realizadas e aquisição de competências.

Percebi e cheguei à conclusão que quando se está sob pressão de ser avaliado e de haver um programa a ser cumprido obrigatoriamente até ao final do ano lectivo, que nem sempre é possível fazer tudo o que se descreve na planificação. Contudo quando tinha de questionar algum aluno tentava sempre apelar aqueles que eu considerava com mais dificuldades, aos que estavam mais desatentos na aula, de modo a chamá-los à atenção, ou então se a questão tivesse um cariz de maior conhecimento destinava-a a um bom aluno, no sentido dos restantes aprenderem com um colega.

Incentivei também a ida dos alunos ao quadro, pois considero que se o aluno for bom, mostra aos colegas que sabe e diz como se faz, se o aluno tem dificuldades, tem ali uma maneira de as superar, pois decerto que estará mais concentrado.

No combate às dificuldades de aprendizagem demonstradas pelos alunos em certos conteúdos, reforçou-se a transmissão de conhecimentos através de fichas de trabalho e de novas explicações, dentro e, se necessário, fora de aula.

Tive também a experiência de introduzir as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) na aula de Matemática, no âmbito do Projecto de Investigação na Prática Pedagógica, a qual se demonstrou bastante enriquecedora, pois conheci as exigências de ter de gerir na sala de aula os grupos de trabalho, os imprevistos que surgem quando os alunos utilizam os computadores e software, entre outros factores.

Em geral, penso que consegui criar um bom ambiente de sala de aula, mantendo, de certa forma, a disciplina e o cumprimento das regras de sala de aula, porém só a experiência é que me irá exercitar para lidar com as inúmeras situações com que um professor se depara no seu dia-a-dia. Pelo que também sempre houve um clima de respeito e cooperação na relação professor/aluno e essencialmente uma boa receptividade por parte dos alunos de ambas as turmas, fazendo assim com que as aulas decorressem dentro da normalidade.

Sendo eu inexperiente, se não fossem o apoio e colaboração prestados pela Orientadora Pedagógica nas minhas actividades lectivas, e principalmente nas estratégias a desenvolver durante as aulas, de certo que a minha evolução era muito menor.

Relação Pedagógica Estabelecida com os Alunos

As turmas desde o início que se revelaram muito receptivas, participativas, interessadas e motivadas em todas as actividades pedagógicas propostas, demonstrando sempre um bom ambiente de trabalho e igualmente um bom comportamento.

Considero que consegui manter uma óptima relação com os alunos, uma vez que na sala de aula, e não só, senti-me à vontade com eles, assim como eles comigo. Pois tentei que fosse uma relação baseada no respeito, na disciplina, na cordialidade e essencialmente na confiança.

Sem dúvida que jamais esquecerei estes alunos pois tiveram muito significado nesta minha aprendizagem. Foi com eles que aprendi uma pequena parte do que é ser professor.

Avaliação das Aprendizagens dos Alunos

Como referido anteriormente, na elaboração de materiais pedagógicos, durante o ano lectivo, elaborei, corrigi e classifiquei diversos instrumentos de avaliação, tendo sempre em consideração, de forma rigorosa, os critérios de avaliação definidos para os dois ciclos de ensino, assim como os Princípios Orientadores a Respeitar numa Boa Avaliação:

1º) Princípio da Coerência – a avaliação de aprendizagem deve estar em consonância com as três componentes do currículo: competências a desenvolver, metodologias a adoptar e conhecimentos científicos a abordar;

2º) Princípio da Integração – a avaliação é entendida como parte constitutiva da própria aprendizagem;

3º) Princípio do Carácter Positivo – a avaliação deve dirigir-se prioritariamente ao que o aluno sabe, ao que já é capaz de fazer, e não ao que ainda não sabe;

4º) Princípio da Generalidade – a avaliação deve dirigir-se antes a competências gerais de ensino, seguindo a visão holística da Matemática;

5º) Princípio da Diversidade – a avaliação deve recorrer a formas diversificadas de avaliação;

6º) Princípio da Postura – a avaliação deve acontecer num ambiente de confiança e de clareza, em que as críticas e as sugestões para o futuro sejam entendidas como naturais. A angústia e o "stress" deverão ser, a todo o custo, evitados.

Neste Estágio Pedagógico para além da partilha existente entre os estagiários, também houve partilha entre estes e a Orientadora Pedagógica, de modo que estive sempre envolvida nas tomadas de decisão sobre a avaliação dos alunos.

Participação em Projectos e Actividades

Logo no início do ano lectivo, uma das tarefas propostas ao Núcleo de Estágio foi a de planear algumas actividades curriculares não lectivas, que seriam propostas ao Departamento de Matemática a fim de serem inseridas no Plano Anual de Actividades. Saliente-se que para além da actividade, num Plano Anual de Actividades, também consta o local onde a actividade é executada, a calendarização, a população/alvo, o responsável/participantes e quais os seus objectivos/finalidades.

De modo que o Núcleo de Estágio planeou e participou nas seguintes actividades:

- ClubeMath, na FCT-UNL, com sessões aos sábados, realizando-se actividades lúdicas em e fora da sala, visitas a outros Departamentos da FCT-UNL e visitas a empresas, assim como incluí ao mesmo tempo seminários de temas variados para os Encarregados de Educação, e sessões às quartas-feiras, Matemática às 4as, realizando-se jogos como MathTrivial, MathBingo, Caça ao Tesouro, Peddy Paper e Quem Quer Ser Milionário;

- Concurso Problema do Mês, realizando-se um problema por mês para o Ensino Básico e outro para o Ensino Secundário;

- Olimpíadas Portuguesas da Matemática;
- Canguru Matemático;
- Expo FCT;
- Participação no Sítio da Escola;
- Participação na Plataforma Moodle.

Quanto ao ClubeMath o Núcleo de Estágio programou uma visita para uma sessão de Matemática às 4as com alunos dos 7º e 9º anos de escolaridade, mas quando faltavam cinco dias para a sua realização, onde já estavam tratados os meios de transporte, os custos e até inclusivamente algumas autorizações de Encarregados de Educação, esta teve de ser cancelada por motivos de força maior. Confesso que tive uma enorme tristeza por esta visita não ter ido avante e não foi pelo empenho que dediquei à sua organização, mas sim pela motivação, interesse e vontade demonstrada pelos alunos.

O Concurso do *Problema do Mês* foi integralmente concebido pelo Núcleo de Estágio, onde se elaborou o seu regulamento e teve início no mês de Novembro, porém o seu sucesso ficou muito aquém das expectativas.

Relativamente às Olimpíadas Portuguesas da Matemática e ao Canguru Matemático, o Núcleo de Estágio colaborou na logística da organização e participou na vigilância de provas.

A ida à Expo FCT não se realizou.

E no que respeita ao Sítio e Plataforma Moodle, foi criada a disciplina de Matemática 9ºB, que permitiu disponibilizar um vasto conjunto de materiais pedagógicos no âmbito de auxiliar os alunos do 9º ano no seu estudo para o Exame Nacional de Matemática.

Participação nas Estruturas de Orientação Educativa

Sendo eu estagiária na Escola foi-me, desde logo, autorizada a participação nas reuniões de Concelho de Turma e de Departamento Curricular. A estrutura destas reuniões é muito semelhante, uma vez que começam sempre com as informações a comunicar a todos os membros presentes, seguindo-se os assuntos específicos pelos quais foram evocadas e por fim referem-se outros assuntos que se considerem importantes.

Participei em duas reuniões de Departamento Curricular, uma no final de Setembro sobre o Plano Anual de Actividades, e outra no final de Outubro sobre o Projecto Curricular de Escola. E também participei em dois Conselhos de Turma, relativos ao 9º ano, um no início do ano lectivo, em Outubro, de modo a se trocar algumas informações sobre a turma em causa, e outro no final de Março, onde se formalizou a avaliação de todas as disciplinas quanto ao 2º Período lectivo.

Independentemente da presença/ausência nestas reuniões a Orientadora Pedagógica fazia questão de me manter informada sobre tudo o que era necessário saber.

Conclusão

Estes últimos dez meses passaram tão rapidamente… mas foi sem dúvida um período muito rico. O Estágio foi um tempo de imenso trabalho, de imensas conquistas e de aprendizagens constantes. Não consigo lembrar-me de um só dia desde Setembro passado em que não tenha aprendido algo novo, em que não tenha sentido que enriqueci como ser humano, que evolui enquanto pessoa.

Independentemente do número de aulas que leccionei individualmente, durante todo o ano lectivo, fiz questão em que houvesse, da minha parte, um forte acompanhamento e participação em todas as actividades lectivas, existindo portanto uma total disponibilidade para o apoio às aprendizagens dos alunos.

Como ano de aprendizagem foi muito positivo, um primeiro contacto com a realidade escolar do ponto de vista do professor após tantos anos como aluna. Conheci um pouco da realidade do professor. Aprendi que ser professor não é uma profissão fácil, mas sem dúvida que é uma profissão muito gratificante, que envolve todos os nossos sentimentos.

Visto sob uma perspectiva prática, este Estágio além de uma experiência agradável também foi bastante vantajoso, pois permitiu um enriquecimento das matérias leccionadas ao longo do Mestrado, bem como um confronto com as realidades da vida activa. Um estágio pode, desta forma, representar a antecâmara do mundo laboral que nos aguarda.

Parte II

Explorando Semelhança de Figuras através do Software GeoGebra

Um Estudo no 9º Ano de Escolaridade

Capítulo I – Introdução

De entre todas as coisas que tornam a Matemática uma área disciplinar fundamental no agregado das áreas disciplinares escolares, sublinha-se o facto de, para além do seu peso histórico na actualidade, a Sociedade, em geral, lhe atribuir grande importância, uma vez que hoje em dia para quase tudo, senão mesmo para tudo, é necessária a Matemática, como por exemplo na produção industrial, no design, na arquitectura, na topografia e nas artes plásticas. Muitos são os saberes que usufruem de aplicações matemáticas, tais como números, simetria, área e volume, taxa de variação, forma, dimensão, aleatoriedade, e muitas outras. Pelo que a qualquer lugar que se vá aparece a necessidade de quantificação, em outras palavras: números. Mas a grande mais-valia da Matemática não é apenas a simples aritmética do dia-a-dia, mas sim, o desenvolvimento do raciocínio. Grande parte da Matemática assenta em deduções lógicas, dependentes umas das outras. Devemos ser capazes de "partir" de um problema em passos lógicos e resolvê-lo passo a passo, usando técnicas e teoremas que muitas vezes são o resultado de anos de aprendizagem. O raciocínio que temos de desenvolver para a resolução dos problemas Matemáticos pode, e deve, ser utilizado em muitas outras áreas do conhecimento e da nossa vida, sendo a maior contribuição que esta disciplina traz aos cidadãos.

Novas ideias e tendências para o ensino de Matemática têm surgido a um ritmo cada vez mais rápido. As novas Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) estão a trazer grandes mudanças ao nível da educação. Professores e alunos têm acesso a novos meios que lhes proporcionam todo o tipo de informação. Os novos currículos já estão adaptados com disciplinas para a formação dos alunos nesta nova área.

Numa Sociedade marcada pela utilização massiva das TIC's, a Matemática surge como uma área disciplinar essencial para a formação e integração dos jovens na vida profissional activa e aqui reside a razão fundamental da importância que a Sociedade, atribui à disciplina. Daí a preocupação dos responsáveis pelo processo educativo, pela constante procura de resultados positivos e explicações para o insucesso da Matemática.

Professores e alunos buscam novos meios e encontram na tecnologia uma relação entre a vida real no mundo actual e a Matemática. Como professores de Matemática, o seu contributo pode passar por tentar trazer para a sala de aula elementos motivadores capazes de quebrar monotonias há muito estabelecidas e de facilitar as aprendizagens.

Segundo Ponte (1997),

> O novo papel da escola implica um novo modo de ser professor. A sua função principal já não é dar o programa mas interpretar, gerir e adaptar o currículo às características e necessidades dos seus alunos. O professor não se pode limitar a seguir o livro de texto mas tem de usar materiais diversificados e estimular os alunos a consultar diversas fontes de informação. O ensino na sala de aula não se pode basear exclusivamente no quadro e giz mas tem de tirar partido de tecnologias (…). Ensinar não se pode reduzir ao binómio de expor a matéria e passar exercícios, sendo necessário propor tarefas diversificadas, incluindo problemas, projectos e investigações, e estimular diferentes formas de trabalho e de interacção entre os alunos.

Como nem todos os alunos aprendem do mesmo modo, cabe ao professor tornar os assuntos suficientemente atraentes para que os alunos consigam fazer aprendizagens significativas. Assim sendo, o recurso a metodologias diversificadas, actividades com interesse e assuntos actuais, que permitam o desenvolvimento do raciocínio e da discussão e por último recorrer aos materiais manipuláveis e tecnológicos, podem contribuir para que os alunos encontrem mais significado no que lhes é exigido.

Promover hábitos de literacia matemática nos alunos e alterar a imagem pública da Matemática é uma necessidade premente na sociedade portuguesa.

1 – Incentivos ao Estudo

A civilização avança a passos longos quando o assunto é tecnologia, nos últimos 104 anos o Homem saiu do chão e ganhou os céus com a invenção do avião, e à cerca de 41 anos chegou à Lua, demonstrando assim a sua capacidade de invenção. Na área da Informática o avanço é da mesma forma muito rápido, daí que um dos grandes desafios que se coloca à educação dos nossos dias é a integração das tecnologias na escola, visto que a capacidade desta responder aos desafios da actualidade e do futuro é contabilizada pela eficácia com que a tecnologia é integrada nos currículos escolares.

Tem-se vindo a assistir a uma utilização cada vez mais crescente das novas tecnologias em todos os campos profissionais da nossa sociedade. A escola, uma vez inserida no meio, inevitavelmente, também não ficou indiferente à introdução das novas tecnologias e, nomeadamente, do computador ganhando cada vez mais importância o seu uso no contexto pedagógico. Na verdade, é generalizada a ideia que os professores se dividiram em relação à introdução do computador na escola, havendo por um lado, os que acreditaram sempre nesta integração e, por outro lado, os outros que viam na informática (talvez por insegurança ou desconhecimento das suas vantagens e potencialidades) apenas o lado mais escuro e sombrio. No entanto, devido às pressões exteriores (sociais, económicas e políticas), começaram a desenhar-se razões pedagógicas que vinham ao encontro das novas metodologias e que viriam a justificar a integração das novas tecnologias na escola.

O computador é uma das ferramentas que se adequou aos objectivos do currículo, permitindo o desenvolvimento da autonomia e responsabilidade dos alunos através de actividades mais abertas e criativas. Segundo Coelho (1995) proporciona, aos alunos, ser o centro do processo de ensino e de aprendizagem, permite a exploração de problemas que, de outra forma, por exemplo, com lápis e papel, seriam muito difíceis, se não mesmo impossíveis de executar e possibilita o uso de materiais de qualidade, bastante superiores aos tradicionais. Deste modo, pode enriquecer o contexto de aprendizagem sendo, por isso, reconhecido como propiciador de potentes ambientes de ensino e de aprendizagem. Tal ferramenta possibilita a mudança dos limites entre o concreto e o abstracto. O computador, inserido no contexto educacional, permite criar um novo tipo de objectos: os objectos "concreto-abstractos". Concretos porque existem no monitor podendo ser manipulados e abstractos por se tratarem de realizações feitas a partir de construções.

No caso concreto da Matemática, os computadores possibilitam a visualização e a manipulação de objectos matemáticos de um modo bastante diferente da tecnologia do papel e lápis. O objectivo é colocar os alunos perante problemas reais que, quando estejam a ser desenvolvidos os seus processos de realização, estimulem o interesse do aluno pela Matemática e sua aplicação.

À medida que os computadores são inseridos na Matemática, vários softwares têm sido produzidos com o propósito de reforçar os processos de aprendizagem, em especial os Ambientes de Geometria Dinâmica (AGD’s), que permitem uma abordagem e estudo da geometria, de uma forma inovadora.

A necessidade de cálculos matemáticos muito rápidos em tempos de guerra, particularmente em balística, e em descodificação, foi um forte estímulo para o desenvolvimento do computador. A existência de computadores de alta velocidade agora ajuda os matemáticos a calcular e a visualizar situações como nunca antes. Estes cálculos também se desenvolveram do cálculo numérico ao cálculo simbólico, e actualmente ao cálculo das próprias estruturas matemáticas. Estas capacidades mudam, não a natureza da matemática, mas o poder do matemático, que aumenta a possibilidade de compreender, de questionar e de explorar.

Existe também uma interacção no sentido contrário. A noção de computação não teria adquirido sentido sem a Matemática, e foi a análise dos métodos matemáticos feita pelos matemáticos que levou à noção de computador programável.

De fato, dois matemáticos, von Neumann nos Estados Unidos e Turing na Inglaterra, são conhecidos como os pais dos computadores modernos. A análise da computação, e as tentativas de torná-la tão confiável quanto possível, precisa de Matemática profunda. Um computador, a menos que seja programado, é nada mais do que uma caixa de metal, vidro, plástico, etc. A programação expressa algoritmos de uma forma adequada para o computador. A Matemática é necessária como uma linguagem para a especificação, para a determinação do que é que deve ser feito, como e quando, e para a verificação de que os programas e os algoritmos funcionam correctamente. A Matemática é essencial para o uso correcto dos computadores na maioria das aplicações e as necessidades matemáticas da computação têm originado novas e desafiantes questões.

A utilização do computador na aula de Matemática tem sido alvo de vários estudos, com resultados satisfatórios para o processo ensino-aprendizagem. Pelo que os Ambientes de

Geometria Dinâmica e, mais precisamente o GeoGebra têm sido, frequentemente, referidos como uma importante ferramenta na abordagem da geometria.

O Departamento de Educação Básica do Ministério da Educação no Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais considera que todos os alunos no domínio da geometria, devem desenvolver:

> …aptidão para realizar construções geométricas e para reconhecer e analisar propriedades de figuras geométricas, nomeadamente recorrendo a materiais manipuláveis e a software geométrico. (ME, 2001, p.62)

Aprender Matemática é essencialmente aprender uma determinada forma de pensar, que se desenvolve, como todas as outras formas de pensar. É por isso que não se aprende Matemática da mesma maneira como se fez ontem e se fará amanhã.

Embora não sendo exclusivo da disciplina de Matemática, o insucesso escolar tornou-se uma preocupação para o sistema educativo português. Todos os dias os professores de Matemática se debatem com índices de insucesso socialmente considerados alarmantes. Como prova disso, verifica-se todos os anos o destaque que a comunicação social dá aos resultados negativos obtidos nos Exames Nacionais da disciplina. Daí, que professores e investigadores em Educação Matemática desenvolvem esforços para ultrapassar as dificuldades evidenciadas pelos alunos. A nível de Exame Nacional de Matemática do 9º ano de escolaridade o conteúdo *Geometria* é o que tem maior peso (entre 35 a 40%) e onde se verifica um maior índice de dificuldade pelos alunos.

De acordo com afirmações que ouvimos com frequência de gerações anteriores, o insucesso em Matemática já existia nesses tempos, embora assuma actualmente um significado diferente. Frequentemente, se encontra pessoas, mais ou menos jovens, que manifestam uma clara atitude negativa perante a Matemática, provavelmente relacionada com uma frustrante incapacidade para as actividades matemáticas mais elementares do dia-a-dia ou associadas a actividades profissionais. Nas escolas o mesmo acontece, de tal modo que professores e pais já estão habituados a atitudes passivas e desinteressadas acerca da disciplina referida.

Porém, cada vez mais, é exigido aos alunos que sejam capazes de explorar, investigar propriedades e relações geométricas, conjecturar e validar, raciocinar logicamente, resolver problemas, comunicar matematicamente, construir e compreender conceitos e pequenas demonstrações.

Como referem os autores Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) "[a geometria é] essencialmente um meio para a criança conhecer o espaço em que se move". De modo que é propícia ao desenvolvimento do pensamento matemático e à realização de investigações e de várias actividades que abarquem conjecturas e a respectiva validação. Assim sendo, os professores de Matemática necessitam de recursos adequados, sendo fundamentais à aprendizagem e à construção da Matemática não só os materiais manipuláveis (polydrons, cubos, geoplanos, tangrans, réguas, papel ponteado, ábaco, e tantos outros) como também as calculadoras e, em pleno século XXI, os computadores. No entanto, é fundamental não esquecer que só a utilização de materiais não garante uma aprendizagem eficaz e significativa. Para além da manipulação, é preciso reflectir nos processos e nos produtos porque o mais importante no ensino-aprendizagem da Matemática é a actividade mental a desenvolver nos e pelos alunos.

Devido às grandes vantagens das novas tecnologias, e particularmente do computador, são hoje indiscutíveis as inúmeras potencialidades deste na educação:

- o computador permite um ensino individual e/ou individualizado;
- o computador permite melhorar a comunicação e, portanto, a qualidade (quantidade) da aprendizagem;
- o aluno progride ao seu próprio ritmo;
- o aluno é autónomo (indivíduo que resolve os seus problemas);
- o aluno conseguirá assimilar melhor o programa.

O uso da tecnologia disponível, aliada ao conhecimento matemático previamente sistematizado, possibilita ter o computador como facilitador no processo educacional, dado que, a possibilidade de construir, deformar, reconstruir e modificar as construções feitas no monitor do computador permitem testar propriedades, resultados e suposições. Essa interacção gera discussão e por consequência o aprofundamento do conteúdo. Por isso, no estudo que aqui se descreve, utilizou-se o AGD, GeoGebra, enquanto eventual proporcionador de uma aprendizagem mais dinâmica, mais motivadora, mais eficaz e eficiente contribuindo para o desenvolvimento de competências matemáticas, nomeadamente geométricas.

A opção pelo GeoGebra prende-se com alguns factores, essencialmente:

- ser um software completamente livre;
- não haver, em Portugal, demasiada investigação com este AGD que envolva o 3º ciclo do Ensino Básico, mais concretamente, o 9º ano de escolaridade;
- ser um software que alia a eficiência à facilidade de exploração.

Tendo como opção o 9º ano de escolaridade e optado por utilizar um software de Geometria só faltava o tema, o qual adveio da dificuldade observada que os alunos de uma turma de 10º ano, no início deste ano lectivo de 2009/2010, apresentaram na *Semelhança de Figuras*, mais precisamente na relação entre perímetros e áreas de figuras semelhantes.

2 – Finalidade e Questão de Investigação

Escolhido o tema, *Semelhança de Figuras*, mais concretamente a relação existente entre perímetros e áreas de figuras semelhantes, surgiu a ideia de o conciliar com um ambiente computacional dinâmico, mais precisamente o GeoGebra. Tendo como objectivos gerais, que os alunos devem:

- Desenvolver/Criar uma visão mais positiva da Matemática;
- Valorizar a importância da Geometria;
- Desenvolver a visualização e o raciocínio geométrico e ser capazes de os usar;
- Compreender e ser capazes de utilizar propriedades e relações relativas a figuras geométricas no plano;

- Compreender e ser capazes de usar as relações de congruência e semelhança de triângulos;
- Ser capazes de fazer raciocínios dedutivos;
- Ser capazes de resolver problemas, comunicar e raciocinar matematicamente em contextos geométricos;
- Desenvolver a autonomia, o espírito crítico e a confiança em si próprios, a curiosidade e o gosto de aprender, bem como, o espírito de tolerância e de cooperação necessários ao trabalho de grupo;
- Utilizar o GeoGebra.

Este estudo tem como principal finalidade responder à questão:

- A utilização do software GeoGebra poderá contribuir para uma “nova” aprendizagem do tema *Semelhança de Figuras*, tornando os alunos mais interessados e autónomos, tendo em conta o seu desempenho?

É de se salientar que esta “nova” aprendizagem advém de o tema em causa não ser completamente novo aos alunos em estudo, pois de acordo com o Programa de Matemática do Ministério da Educação este não faz parte do conteúdo do 9º ano, mas sim do 7º ano, onde os alunos devem ser capazes de:

- ampliar e reduzir uma figura, dada a constante;
- indicar exemplos de figuras semelhantes em objectos do dia-a-dia, no plano, no espaço, ou num conjunto de figuras dadas;
- calcular distâncias reais a partir da sua representação em mapas, plantas, etc., conhecida a escala;
- construir um polígono semelhante a outro, dada a razão de semelhança;
- reconhecer que dois triângulos são semelhantes se tiverem dois ângulos respectivamente iguais e aplicar este conhecimento à determinação de alturas de árvores, edifícios, etc.;
- fazer construções, usando instrumentos de medição e de desenho.

conjuntamente com o do 8º ano, onde o conceito de semelhança de polígonos foi trabalhado em particular no caso dos triângulos chegando-se aos critérios de semelhança de triângulos. Contudo, *Trigonometria do Triângulo Rectângulo* é uma das unidades curriculares do 9º ano de escolaridade, em que o estudo das razões trigonométricas de ângulos agudos é feito a partir da semelhança de triângulos rectângulos semelhantes, pelo que antes desta unidade se faz uma revisão do tema em estudo, onde este pode ser posto em prática.

3 – Estrutura do Documento

Este documento encontra-se dividido em cinco capítulos: Introdução, Enquadramento Teórico, Metodologia, Análise dos Dados Recolhidos e Conclusão. Seguindo-se, posteriormente, a Bibliografia e os Anexos.

O primeiro capítulo é composto por três subcapítulos, iniciando-se por explicitar quais os incentivos que levaram à realização do estudo, dando-se ênfase ao desafio colocado pelo surgimento das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) e pelo crescimento de variado software educativo. De seguida, descreve-se a problemática da investigação ao abrigo do tema Semelhança de Figuras. E finaliza-se o capítulo com a Estrutura do Documento.

No segundo capítulo abordam-se vários temas, entre os quais, a Geometria e Educação Matemática, onde se faz referência à abordagem da Matemática e da Geometria, em particular, reflecte-se sobre a importância da Geometria ao longo dos tempos como conteúdo consagrado ou de completo desinteresse em favor de diferentes matérias. Segue-se a descrição do Modelo van Hiele. Logo depois enumeram-se e anunciam-se quais os Projectos Educativos que levaram à introdução dos computadores na Escola, assim como quais os primeiros modelos a serem adoptados. Posteriormente, aborda-se o tema dos Ambientes de Geometria Dinâmica (AGD's), salientando-se a perspectiva construtivista da aprendizagem, que valoriza a construção do conhecimento, pelo próprio aluno, na interacção com o próprio computador, através da pesquisa e investigação, permitindo-lhe ser autónomo e responsável pela sua aprendizagem. Finaliza-se este capítulo com as origens do software GeoGebra e respectiva descrição.

O terceiro capítulo encontra-se dividido em três subcapítulos onde se explicam as opções metodológicas que se adoptaram para a realização do estudo, assim como se explicitam as fases seguidas na parte experimental bem como todos os procedimentos, técnicas e instrumentos de dados adoptados e respectivo tratamento de dados. Finalizando este capítulo com a caracterização dos participantes envolvidos no estudo, bem como do cenário onde foi implementado.

No quarto capítulo descrevem-se e tenta-se interpretar os dados recolhidos através dos instrumentos aplicados na experiência.

No quinto e último capítulo explicitam-se as principais conclusões do estudo com vista a dar resposta à sua problemática.

Termina-se, este documento, referenciando-se todos os dados bibliográficos utilizados, e revelando-se todos os elementos da prática pedagógica relevantes ao estudo nos Anexos.

Capítulo II – Enquadramento Teórico

Apresenta-se uma abordagem geral sobre a disciplina de Matemática, e em particular, sobre a área da Geometria, partindo-se para uma análise desta ao longo dos tempos e descrevendo-se propostas futuras de como se poderia alterar, favoravelmente, o seu processo de ensino e aprendizagem. De seguida referem-se quais os Projectos Educativos que fizeram com que se desse a introdução dos computadores na Escola. Logo depois relatam-se os Ambientes de Geometria Dinâmica como propulsores de um ensino e aprendizagem renovados, motivadores e significativos. E termina-se com a análise do GeoGebra, descrevendo-se a sua origem e principais funcionalidades e potencialidades.

1 – Geometria e Educação Matemática

A Geometria não é só um dos ramos mais fascinantes da Matemática, é sobretudo um dos mais notáveis produtos do intelecto do Homem e desempenha um papel na sua civilização que nunca será demasiado sublinhar. Da roda à agrimensura, da cartografia à própria concepção físico-matemática do espaço, das construções arquitectónicas às artes visuais, a Geometria estuda abstracta e idealmente os espaços e as formas.

Hoje em dia, a Geometria abrange uma enorme variedade de disciplinas, técnicas e teóricas, nomeadamente as geometrias euclidiana e não-euclidiana, geometria algébrica, geometria discreta e geometria computacional.

Apesar da importância que hoje lhe atribuímos, o ensino da Geometria ao longo dos tempos teve altos, apresentando consideração e relevância, e baixos, apresentando-se muito frágil, sendo visto com desinteresse e rejeitado em favor, da Álgebra. Foi um tema, cuja forma como era abordado foi muito discutível e, muitas vezes deixado para segundo plano.

De acordo com Neto (1998) as preocupações fundamentais do ensino da Geometria baseavam-se na utilização de uma axiomática formal e na aplicação de estruturas lógico-dedutivas. Esta visão da Geometria limitava o desenvolvimento de actividades geométricas interessantes e criativas, chegando alguns educadores (O'Daffer & Clements, citado em Neto, 1998, p. 42) a concluir que "a geometria seria um assunto estéril e pouco interessante ao qual se deveria dar pouca atenção nas actividades de sala de aula".

Durante séculos estudou-se a Geometria de Euclides

> …numa tentativa de levar os alunos (dos 12 aos 14 anos) a adquirir hábitos de raciocínio rigoroso e sistemático, próprios da Matemática, dentro da tradição de considerar que a Geometria seria o campo ideal para os alunos aprenderem a demonstrar e também a apreciar a Matemática como uma construção lógica, perfeita. *(Veloso, 1998, p.19)*

Tal forma de encarar a Geometria ocasionou uma forte situação de insucesso que os professores holandeses van Hiele atribuem ao facto de a Geometria ser apresentada

> …num nível superior àquele em que os alunos operam; por outras palavras, os alunos não conseguem entender o professor nem o professor consegue compreender por que razão têm dificuldades. *(Villiers, citado em Barbosa, 2002, p. 35)*

Como a necessidade de axiomas e de demonstrações não é óbvia para os alunos, pois é um método que não conseguem assimilar, Orly (citado em Silva, 2005) optou por pôr de parte o método tradicional e clássico de ensino da Geometria Euclidiana e experimentou novas estratégias, nomeadamente a criação de situações nas quais os alunos tinham de convencer e argumentar sobre as suas asserções evoluindo para situações de prova.

Consequentemente, os processos de fundamentação, de prova passaram a ser considerados como uma variedade de acções dos alunos que passam por comunicar, explicar aos outros e a eles mesmos o que vêem, o que descobriram, o que pensam e o que concluíram.

Pelo que, entre 1950 e 1960, Pierre van Hiele e Dina van Hiele-Geldof desenvolveram uma teoria, segundo a qual a aprendizagem da Geometria se processa através de cinco níveis de complexidade crescente, designados por níveis de pensamento geométrico, que os professores devem seguir na planificação e organização do ensino, de modo a auxiliar os alunos a avançar de nível.

Emma Castelnuovo, por exemplo,

> …propõe um novo tipo de abordagem, em que substitui «um método descritivo por um método construtivo» com passagem do concreto ao abstracto, do complexo ao simples, e portanto ordenação do curso segundo o desenvolvimento histórico.
>
> *(citado em Veloso, 1998, p. 21)*

De pensamento rico e irreverente, Castelnuovo apresenta-nos, já na sua época (anos 50), louvadas descrições de instrumentos idênticos aos actuais softwares Ambientes de Geometria Dinâmica, hoje tão salientados (mas nem por isso tão utilizados quanto o desejado) como promotores de um novo ensino da geometria e como ferramentas fundamentais ao estudo e compreensão deste tema.

Na renovação do ensino da Geometria foram considerados outros esforços como o apelo evocado, em 1959, *"Abaixo Euclides!"* de Dieudonné, que se baseava no recurso à actividade experimental com a base na intuição.

A "Matemática Moderna" surgiu na tentativa de atenuar, ou mesmo eliminar, a crise que se vivia na Matemática, manifestando-se pela falta de interesse dos alunos, pela quebra de rendimento escolar e, principalmente, pela pobre preparação que o ensino proporcionava aos estudos superiores. Nesta altura, a Geometria foi ultrapassada pela Álgebra Linear, tendo mesmo, em algumas situações desaparecido do currículo:

> Na verdade, o Currículo que vigorou nos anos 70 e 80, marcado pela Matemática moderna, sobrevalorizando a linguagem da Lógica e as estruturas abstractas da Álgebra, ignorando a Estatística e reduzindo ao mínimo a Geometria.
>
> *(Ponte, 2003, p.19)*

De acordo com Junqueira (1994),

> O facto de os currículos em vigor anteriormente à Nova Reforma proporcionarem que a geometria fosse normalmente "relegada" para o final do ano lectivo mais contribuiu para agravar essa crise, uma vez que normalmente não era leccionada ou era-o bastante á pressa, sendo subestimadas,

> quando não completamente ignoradas, abordagens manipulativas e intuitivas dos problemas geométricos.

Freudenthal também teve uma forte influência no regresso da Geometria como tema essencial da Matemática:

> A Geometria é uma das melhores oportunidades que existem para aprender a matematizar a realidade. É uma oportunidade de fazer descobertas como muitos exemplos mostrarão. Com certeza, os números são também um domínio aberto às investigações, e pode-se aprender a pensar através da realização de cálculos, mas as descobertas feitas pelos próprios olhos e mãos são mais surpreendentes e convincentes. Até que posssa de algum modo ser dispensadas, as formas no espaço são um guia insubstituível para a pesquisa e a descoberta.
>
> *(citado em Branco, 2008)*

Pelo que nos anos 80, dá-se mais importância à resolução de problemas, a formas diversificadas da actividade matemática, exemplo da modelação de situações da vida real e ao processo de desenvolvimento do saber com base em conjecturas, provas e refutações, deixando de parte o centralismo nos conteúdos matemáticos, passando a dar ênfase ao modo como são ensinados (NCTM, 1998).

Em 1990 realiza-se, nos Estados Unidos, um seminário para ponderar sobre a situação do ensino da geometria, com o objectivo de analisar, melhorar, renovar e intensificar a sua aprendizagem. Donde resultaram várias recomendações que vão ao encontro de uma abordagem da Geometria mais experimental, investigativa, intuitiva e crítica, utilizando-se programas computacionais para realizar investigações e construções de conceitos, dando-se ênfase ao pensamento e ao raciocínio visuais.

Em Portugal, o Projecto MAT_{789}, decorrido entre 1988 e 1992, levou a cabo uma experiência prolongada de inovação curricular que consistiu em conceber e desenvolver um programa experimental de matemática para os 7º, 8º e 9º anos de escolaridade. Partiu do pressuposto de que a aprendizagem da Matemática deve constituir uma experiência rica e estimulante, com significado para os alunos. Encarada essencialmente como algo que se processa por construção e não por absorção, os mecanismos de transmissão e repetição tomam assim um lugar secundário.

> Os «bons velhos tempos» podem hoje considerar-se velhos mas estão longe de ter sido bons… (…) porque pressupõe uma concepção conservadora e estática da sociedade e da ciência (e em particular da Matemática) que não têm na devida conta a necessidade de mudança provocada pela evolução social, científica e tecnológica. (…) porque assenta numa visão educativa que não é capaz de romper com a ideia de que o essencial da aprendizagem da Matemática se processa por mecanismos de transmissão, absorção e repetição.
>
> *(APM, 2009, p. 8)*

Poderá talvez dizer-se que a um período dominado por uma perspectiva algébrica e estruturada no ensino da Matemática, no qual era naturalmente difícil integrar os aspectos mais interessantes da geometria sintética, se seguirá agora uma fase em que se evidencia o papel desempenhado pelas actividades em Geometria no conhecimento e exploração do espaço e das formas, e em particular do desenvolvimento das capacidades de visualização do espaço a duas e três dimensões (Abrantes, Leal, Silva, Teixeira e Veloso, 1997).

O Projecto MAT_{789}, desde o seu início, considerou que a Geometria é um assunto muito apropriado aos seus objectivos e metodologia e resolveu atribuir boa parte do tempo escolar a este tema, para o que elaborou e utilizou em sala de aula várias propostas de trabalho (Abrantes et al., 1997). As características mais marcantes, embora não exclusivas, do trabalho em Geometria foram as seguintes:

- problemas e situações problemáticas constituindo o ponto de partida para todas as abordagens dos diferentes subtemas;
- relevo dado às actividades com materiais manipulativos de diversos tipos;
- construção activa, por cada aluno, dos conceitos;
- utilização intensiva do trabalho de grupo;
- desenvolvimento de projectos conduzindo a produções concretas.

No 7º ano de escolaridade a sequência temática adoptada foi espaço – plano – espaço dedicando o estudo, sob vários aspectos, a alguns poliedros, para o que era por vezes necessária a construção de algumas figuras planas, fizeram-se propostas de actividades ou problemas que obrigaram a planificações e à abordagem da geometria plana, e, através de outras propostas, "reconstruiu-se" o espaço e prolongou-se o seu estudo. No 8º ano de escolaridade insistiu-se nos eixos de simetria das figuras planas, planos de simetria em poliedros e nas translações e rotações de figuras. No 9º ano de escolaridade introduziu-se uma nova ferramenta de trabalho, o computador, onde foram propostas algumas actividades com o LOGO.GEOMETRIA 3.0, construção de pontos, distâncias, segmentos, rectas, perpendiculares, paralelas, circunferências, triângulos, mediatriz e bissectriz, analisando perímetros, áreas e volumes.

No final do século XX verificam-se mudanças no Currículo de Matemática, e consequentemente, ao nível da Geometria, apresentando-se, a mesma, com um papel de destaque nos currículos de matemática, quer no Ensino Básico quer no Ensino Secundário, sendo proposta a sua leccionação de uma maneira inovadora alternada e ligada a outros ramos da disciplina estabelecendo conexão entre esta e o mundo real.

Deste modo, os programas que entraram em vigor em 1991 ajustam-se de uma forma mais eficaz às realidades da disciplina, tendo sido atribuída à Geometria a importância merecida, realçada pela sua inclusão ao nível das competências essenciais para todos os níveis de escolaridade. No que diz respeito à Geometria do 3º ciclo, prossegue e aperfeiçoa um conjunto de conhecimentos básicos dos quais se salientam as medições, as construções, a análise e reconhecimento de propriedades, tendo em conta a importância da realização de experiências, formulações de conjecturas, argumentação de raciocínios e resolução de problemas assentes na observação e intuição que conduzem à elaboração de raciocínios indutivos e dedutivos.

As actividades devem ser variadas, significativas e motivadoras permitindo desenvolver o espírito de pesquisa e iniciativa, a criatividade, a vontade de aprender e partilhar. Sendo os meios tecnológicos potenciais desempenhadores de um papel precioso, permitindo a abordagem da Geometria a partir de diversas perspectivas, que contribuirá para o aluno:

- desenvolver de forma contínua a capacidade de visualização, de representação de figuras e a aplicação de noções geométricas e fenómenos naturais;

- deduzir propriedades das figuras a partir de determinados dados e relações entre elas;
- particularizar e generalizar;
- explorar, conjecturar e raciocinar logicamente;
- resolver e formular problemas;
- desenvolver a sua autoconfiança.

Todavia, a Geometria ainda é habitualmente, leccionada, de uma maneira muito “tradicional”, proporcionando aos alunos poucas oportunidades de explorar e construir conhecimentos, colocando a aprendizagem, num conjunto de teoremas, que são posteriormente demonstrados e aplicados em problemas semelhantes (Silva, 2005).

O NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) em 1993 já referia que

> …a geometria deve centrar-se nas investigações, baseadas na intuição e no «senso comum», em torno de conceitos geométricos, de modo a fazer ressaltar as propriedades gerais, que serão por sua vez utilizadas como base para conjecturas e deduções.

Deste modo, na abordagem da Geometria, pretende-se dar a máxima importância ao desenvolvimento de actividades que apelem ao processo indutivo de descoberta, ou mesmo de pesquisa, em que os alunos são estimulados a explorar conceitos geométricos usando vários materiais preferencialmente informáticos.

A este nível há que referenciar o notável contributo para o ensino da geometria, erguido nos últimos tempos, que permite uma práxis renovada e o qual se denominou de Ambiente de Geometria Dinâmica.

Niss (citado em Silva, 2005) refere que, devido à natureza especial deste tema da Matemática, a Geometria é única a proporcionar oportunidades, quer didácticas, quer pedagógicas do tipo “obter muito do pouco”, isto é, mesmo as situações mais elementares proporcionam uma variedade de experiências extremamente ricas que podem reforçar atitudes de autonomia e cooperação.

Também Afonso (2002) considera a Geometria um recurso excepcional de tarefas não rotineiras, que promovem inúmeras competências referidas como essenciais para todas as pessoas, nomeadamente alunos.

Junqueira (1994) já partilhava da mesma opinião explicitando que há um forte consenso de que esta área é uma fonte, por excelência, de problemas não rotineiros, que podem possibilitar o desenvolvimento, entre outras, das capacidades de raciocínio, de argumentação e de visualização espacial, reconhecidas como fundamentais para os cidadãos na época actual e no futuro.

No entanto, "a motivação dos alunos e as suas atitudes face à geometria continuam a ser um motivo de preocupação de professores e investigadores. Ainda hoje é considerada uma área de difícil compreensão, na qual é impossível obter bons resultados" (Afonso, 2002, p. 25).

Visto que a motivação dos alunos e as suas atitudes face à Geometria continuam a ser um motivo de preocupação e que ainda hoje é considerada uma área de difícil compreensão, na qual é quase, se não mesmo, impossível obter bons resultados, os AGD's podem alterar esta situação possibilitando que os alunos explorem por si próprios, elementos da Geometria colocando problemas e descobrindo resultados relevantes. Até se pode guiar o aluno à formulação da questão: porque é que isto acontece? Um estudante curioso tentará descobrir a resposta e é isto que, também, se pretende: a procura de uma justificação para os factos que observa e/ou provoca, uma argumentação plausível para o seu raciocínio, ou mesmo para um raciocínio partilhado.

Assim, junto com uma nova cultura matemática e, em especial, geométrica, também se promove uma "nova" cultura tecnológica.

2 – Modelo van Hiele

O Modelo de van Hiele do Desenvolvimento do Pensamento Geométrico surgiu a partir do trabalho de doutoramento elaborado pelos professores holandeses Pierre van Hiele e sua esposa Dina van Hiele-Geoldof sob orientação de Hans Freudenthal, cujos resultados começaram a ser publicados em 1959. Todavia, como Dina morreu logo após ter publicado os seus trabalhos iniciais, e embora tivesse concluído a tese, foi Pierre quem reformulou e desenvolveu a teoria sendo incumbido de a defender.

Este modelo de aprendizagem é estabelecido numa visão que valoriza a aprendizagem da Geometria como um processo hierárquico, porque considera que a intuição, o raciocínio e a linguagem geométrica são obtidos gradualmente. Global porque figuras e propriedades não são abstracções isoladas, inter-relacionam-se e pressupõem diversos níveis que levam a outros significados. Construtivo, porque pressupõem que não existe transmissão de conhecimentos, mas que o aluno deverá construir ele próprio os seus conceitos.

A sua estrutura despertou o interesse de psicólogos da antiga União Soviética e influência, desde os anos 60 até aos dias de hoje, o Currículo Russo para o ensino da Geometria. Só em 1976 é que um professor americano, Izaak Wirsup, começou a divulgar o Modelo, sendo traduzido para inglês em 1984 por Geddes, Fuys e Tischler.

É um Modelo que trabalha com o desenvolvimento do raciocínio em Geometria Plana, sugerindo cinco níveis hierárquicos de actividades adequadas com o estudo das figuras planas, na identificação e construção das mesmas. Pode ser usado para orientar a formação, e avaliar as habilidades dos alunos. Onde o aluno avança de nível através da interacção com as actividades específicas, preparadas para cada nível, daí a necessidade do professor conhecer previamente em que nível de desenvolvimento se encontra o aluno para aplicar a actividade mais adequada para progressão gradual dos níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico.

Os níveis de aprendizagem da Geometria segundo van Hiele são:

1) ***Visualização*** **–** os alunos compreendem as figuras globalmente, isto é, as figuras são entendidas pela sua aparência;

2) ***Análise*** **–** os alunos entendem as figuras como o conjunto das suas propriedades;

3) ***Ordenação*** **–** os alunos ordenam logicamente as propriedades das figuras;

4) ***Dedução*** **–** os alunos entendem a Geometria como um sistema dedutivo;

5) ***Rigor*** **–** os alunos estudam diversos sistemas axiomáticos para a Geometria.

Para além destes níveis, este modelo possui algumas propriedades particulares limitadoras nas construções das metodologias de ensino a serem aplicadas pelos educadores:

- ***Sequencial:*** o avanço nos níveis acontece de maneira sucessiva e cada nível vencido será base para o avanço ao nível seguinte;
- ***Avanço:*** a idade do indivíduo não é o principal factor determinante no avanço dos níveis, e os conteúdos e os métodos empregados são considerados factores mais relevantes;
- ***Intrínseco e Extrínseco:*** os objectos de conhecimento inerentes de um determinado nível serão os objectos de ensino para o nível seguinte;
- ***Linguística:*** a linguagem geométrica avança paralelamente aos níveis;
- ***Combinação Inadequada:*** o avanço do aluno depende da sua adequação ao nível oportuno, ao material didáctico, ao conteúdo e à linguagem do professor.

Relativamente à aprendizagem, os níveis do Modelo de van Hiele deverão ser planeados e executados pelo professor, tendo em conta cinco fases de aprendizagem. Estas fases correspondem aos períodos que os aprendizes precisam transpor enquanto estiverem em determinado nível até atingir o próximo. Essas fases de aprendizagem são as seguintes:

Fase	Objectivo	Papel do Professor
1 Informação	Conhecer o conteúdo do domínio.	Apresentar e analisar materiais que clarifiquem o conteúdo do domínio, colocando-os à disposição dos alunos.
2 Orientação Guiada	Descobrir redes de relações entre os objectos que estão a manipular.	Orientar a actividade dos alunos, guiando-os através de explorações que os conduzam às descobertas.
3 Explicitação	Consciencializar relações e exprimi-las por palavras próprias.	Promover e orientar discussões entre os alunos, levando-os a utilizar linguagem técnica adequada.
4 Orientação Livre	Aplicar relações e resolver problemas.	Seleccionar materiais e problemas (várias vias de solução). Apoiar os alunos na sua resolução. Introduzir termos, conceitos e estratégias de resolução de problemas.
5 Integração	Sumarizar conhecimentos e integrá-los numa rede coerente de fácil aplicação.	Encorajar os alunos a reflectirem e a consolidarem o seu conhecimento geométrico.

No final desta quinta fase, os alunos devem ter alcançado um novo nível de pensamento, estando aptos a repetir as fases de aprendizagem no nível seguinte.

3 – Introdução do Computador na Escola

Se o computador já entrou na maioria das nossas escolas, fê-lo, por enquanto, na sua versão mais tradicional e visando objectivos ainda relativamente limitados: bases de dados, processamento de texto, edição gráfica e pouco mais.

O computador, tal como refere Alex Mucchielli (1988), acabou por se tornar "um objecto cultural novo". E apesar de, na década de 1980, não ter alcançado o papel previsto pela Rand Corporation como "uma máquina de ensino", começou a ser encarado como uma nova e poderosa força. Como lembra o citado autor, o computador "pertence a uma nova categoria de objectos: as máquinas electrónicas interactivas", sem qualquer semelhança com as máquinas anteriormente existentes. Como máquina complexa e polivalente que é, tem todas as condições para exercer um certo fascínio e atracção, criando o desejo no homem pelo domínio da máquina, tanto mais que a relação que se estabelece entre ele e máquina é diferente da que se estabelece com os outros aparelhos electrónicos. Entre homem e computador torna-se indispensável o estabelecimento de uma relação de diálogo permanente, uma relação de interactividade, totalmente diferente da que ocorre quando um espectador se senta frente a uma televisão ou de um rádio. Ainda que adormeça, o programa continuará a desenrolar-se. Com o computador, a interacção tem de ser permanente, caso contrário, o programa não poderá progredir ou fá-lo-á apenas parcialmente.

Começou a ser encarado como máquina com potencialidades para o ensino a partir dos anos 50, altura em que psicólogos americanos *behavioristas* (Skinner, Holland, Crowder) dão forma ao chamado *Ensino Programado*. E, durante a década de 1960, verificou-se mesmo um certo entusiasmo relativamente a esta modalidade de ensino. Durante a segunda guerra mundial, Sidney L. Pressey desenvolveu sistemas de treino militar entre 1940 e 1950, cujas características antecipam as bases do *Ensino Programado*. Mas é depois dos trabalhos de Skinner que vão surgir máquinas programadas destinadas ao ensino.

Uma das primeiras máquinas de ensino, a Autotutor Mark II (1965), utilizava programas registados em microfilmes. Uma bateria de botões permitia ao aluno seleccionar entre uma e oito respostas formuladas. Em função da resposta, a máquina apresentava uma sequência de informações e questões específicas.

Figura nº 1: Exemplo de dois Autotutores Mark II.

Na mesma altura, é criada a máquina Mitsi (1965) que apresentava estímulos auditivos ou visuais e permitia ao aluno escrever as respostas num ecrã com cursor. A máquina passava à sequência seguinte depois de ter comparado a resposta dada com as soluções possíveis.

As máquinas de *Ensino Programado* constituem os antecessores tecnológicos dos modernos computadores. Em meados dos anos 60, o computador começa a ser encarado como um recurso educativo e, entre 1967 e 1968, são realizadas as experiências pedagógicas de Feuerzeug e Papert, tendo em vista a utilização por crianças do sistema LOGO.

A experiência LOGO foi desenvolvida há alguns anos pela equipa de Seymour Papert. Num sentido restrito, LOGO designa uma linguagem de programação para crianças, criada para o ensino da matemática. Num sentido amplo, designa um ambiente pedagógico e a filosofia subjacente a esta linguagem.

O sistema LOGO é constituído por um terminal (o teclado), um computador e tartarugas cibernéticas, assim designadas em homenagem às máquinas de Grey Walter. As tartarugas podem ser de duas espécies: reais e simuladas. Uma tartaruga real é um pequeno veículo ligado ao computador, que se pode fazer deslocar através de ordens dadas por meio do teclado. A versão simulada é representada no ecrã por meio de um triângulo (Δ). Com o avanço, passo a passo, da tartaruga, vão-se obtendo diversos desenhos no ecrã.

A comunicação com a tartaruga estabelece-se por meio de uma linguagem de programação especial, de fácil aprendizagem, constituída por palavras-chave retiradas da linguagem verbal. Tal como as linguagens de programação em Basic, estas palavras-chave são constituídas por vocábulos extraídos da linguagem verbal, constituindo um conjunto de ordens simples facilmente memorizáveis, tais como «avança», «recua», «esquerda», «direita», etc. Juntamente com estas palavras, são indicados os valores numéricos correspondentes às coordenadas da superfície do ecrã e à extensão da deslocação. Com esta linguagem extremamente simples e intuitiva, as crianças aprendem não só facilmente os vários conceitos referentes à geometria, como também conseguem obter no ecrã imagens que, embora de cariz geométrico, podem apresentar uma certa beleza. Por outro lado, habituam-se a desenvolver um raciocínio lógico sequencial devidamente estruturado para poderem alcançar determinados resultados mais complexos e espectaculares, aliando deste modo a aprendizagem de noções importantes aos aspectos lúdicos.

Em Portugal, foram criados diversos projectos educativos desenvolvidos nas escolas e universidades, com o principal objectivo de familiarizar a comunidade educativa com as novas tecnologias de informação que, cada vez mais, fazem parte do nosso quotidiano. Tudo começou oficialmente com o Despacho 68/SEAM/84 publicado em 19 de Outubro de 1984, na II série do Diário da República, dando origem ao *Relatório Carmona* seguindo-se o *Projecto MINERVA*, o *Projecto Nónio – Século XXI* e, mais recentemente, o *Projecto CRIE*.

Tal como refere o Despacho, anteriormente anunciado, as novas tecnologias da informação não podiam ficar à margem do ensino, dada a sua importância cada vez maior nas modernas sociedades, pelo que foi nomeado um grupo de estudo ao qual competiu numa primeira análise, proceder ao estudo aprofundado do processo e propor um conjunto de medidas que pudesse permitir, com a rapidez necessária, uma opção concreta para o futuro.

Esse grupo de trabalho desenvolveu o *Relatório Carmona*, embora não tivesse como objectivo imediato de introduzir os computadores/informática nas escolas, pretendia no entanto, segundo Carmona (1985, p. 6-7), "iniciar um processo lento mas inelutável de proceder à alfabetização tecnológica da sociedade por via do sistema escolar", dado que "não é possível elaborar um projecto tecnológico para a reforma do ensino, mas tão somente configurar potencialidades tecnológicas de apoio a modificações do sistema educativo" (Carmona, 1985, p. 11). O programa concretizou-se de acordo com três fases:

- 1ª fase - ano lectivo de 1985-86;
- 2ª fase - anos lectivos de 1986-87, 1987-88 e 1988-89;
- 3ª fase - anos lectivos de 1989-90, 1990-91 e 1991-92.

Em finais de 1984, algumas escolas portuguesas foram dotadas com microcomputadores e puderam dar início às primeiras experiências pedagógicas com o computador. "A par da criação da Inforjovem (...) o Ministério da Educação adquiriu também computadores para as escolas do Ensino Preparatório e Secundário" (Campos, 1985, p. 9-10). No entanto, por razões de vária ordem, o computador só muito casualmente entrou na sala de aula, por iniciativa de alguns professores. Na maior parte das escolas que o receberam, acabou por ficar, por receio ou desconhecimento, "colocado num cofre, desligado e frio, no escuro que o ruído de uma pesada porta de aço selou" (Campos, 1985, p. 9-10).

As escolas portuguesas onde decorreu a primeira experiência foram dotadas com computadores Timex TS 1500, uma versão muito limitada do ZX 81 da Sinclair e do TK 85 da Microdigitalbrasileira, muito inferior aos computadores ZX Spectrum 48 K e Timex TC 2068, existentes em Portugal nesta época. (ver figura nº: 2)

Figura nº: 2: Em cima, da esquerda para a direita, Timex TS 1550, ZX 81, de lado TK 85 e em baixo, da esquerda para a direita, ZX Spectrum 48 K e Timex TC 2068.

É o ano de 1985 que marca, relativamente a Portugal, uma nova etapa na inserção do computador no ensino. À excepção de algumas escolas onde decorria já uma experiência com computadores de modelo bastante precário, outras foram tomando contacto com os computadores quando tiveram a sorte de ter algum professor já sensibilizado para as suas potencialidades. No entanto, a 15 de Novembro deste ano, é publicado no Diário da República o Despacho 206/ME/85, tendo em vista o início em Portugal do *Projecto MINERVA*, cujo arranque estava já previsto como constituindo a segunda fase da implementação das Novas Tecnologias de Informação (NTI) no sistema educativo português, a partir do ano lectivo de 1986-87, cuja aprovação foi efectuada pelo Ministro da Educação, João de Deus Pinheiro, a 31 de Outubro do mesmo ano.

O *Projecto MINERVA* (**M**eios **I**nformáticos **N**o **E**nsino: **R**acionalização / **V**alorização / **A**ctualização) é lançado com o objectivo de promover a introdução racionalizada dos meios informáticos no ensino, num esforço que permitisse valorizar activamente o próprio sistema educativo em todas as suas componentes, e que comportasse uma dinâmica de permanente reavaliação e actualização das soluções ensaiadas, sendo este projecto dirigido para:

- a inclusão do ensino das tecnologias da informação nos planos curriculares do ensino não superior;
- a introdução das tecnologias da informação com meios auxiliares do ensino não superior;
- a formação de orientadores e professores para o ensino das tecnologias da informação e para a sua utilização como meios auxiliares de ensino.

Inicialmente circunscrito a um número relativamente reduzido de escolas, tendo como núcleos coordenadores, apenas cinco pólos centrados em Coimbra, Braga, Porto, Aveiro e Lisboa, podendo agregar outros organismos ou instituições interessadas, funcionou durante os três primeiros anos com "carácter piloto, um processo de transição para uma fase operacional" (Bernardes, Veloso, 1990). A rede de escolas foi-se alargando sucessivamente, nos anos seguintes, passando a abranger, a datar de 3 de Novembro de 1989, a totalidade do país nos diferentes níveis de ensino. A partir de 1992/93, a rede volta a sofrer uma substancial ampliação, mediante um Despacho Conjunto de 22 de Setembro de 1992. No ano lectivo de 1993/94 chegou o *Projecto MINERVA* à fase terminal, tendo sido efectuado, mediante inquérito solicitado aos responsáveis pelo projecto em cada escola o balanço final de todas as actividades desenvolvidas ao longo dos últimos anos.

O *Projecto Nónio – Século XXI* foi criado pelo Despacho 232/ME/96, de 4 de Outubro de 1996, teve em vista, de uma forma geral, a produção, aplicação e utilização generalizada das tecnologias de informação e comunicação no sistema educativo, através do apetrechamento com equipamento multimédia das escolas dos ensinos básico e secundário, da formação adequada, inicial e contínua nas TIC. Além disso, o projecto visava ainda a criação e desenvolvimento de software educativo bem como a difusão da informação e cooperação internacional.

O *Projecto CRIE* (Equipa de Missão **C**omputadores, **R**ede e **I**nternet na **E**scola) foi recentemente criado no ano de 2005 pelo Despacho 16 793/2005 (2.ª série). Neste projecto e, de acordo com o referido Despacho, foram criadas equipas de trabalho distribuídas por vários centros de competência no país e, cuja missão era a concepção, desenvolvimento, concretização e avaliação de iniciativas mobilizadoras e integradoras no domínio do uso dos computadores, redes e Internet nas escolas e nos processos de ensino-aprendizagem. O projecto apresenta quatro vertentes:

- a introdução da TIC no currículo
- o apetrechamento e a manutenção nas escolas
- a formação de professores
- a dinamização de vários projectos.

Verifica-se que a introdução das novas tecnologias no nosso país, foi feita de forma progressiva e gradual e hoje são já uma realidade incontornável. Pelo que os computadores são instrumentos muito importantes nas escolas pelo seu valor educativo. Assim podem-se considerar os computadores em educação segundo dois aspectos: num sendo o computador o objectivo a estudar, isto é, uma disciplina de informática onde se desenvolvem estudos sobre aspectos do funcionamento da máquina (hardware), linguagens de programação e programas utilitários de várias aplicações (software), e noutro sendo o computador um instrumento utilizado no desenvolvimento e exploração de actividades de diversas disciplinas, com recurso a programas educativos específicos ou utilitários como por exemplo o GeoGebra.

4 – Ambientes de Geometria Dinâmica

O uso da tecnologia, em particular dos computadores, surge como um dos princípios para o ensino da Matemática. Particular destaque merecem os chamados programas de geometria dinâmica que permitem construir os elementos básicos da geometria euclidiana (pontos, rectas, segmentos de recta e circunferências) e as relações entre eles. Ao rigor das construções acrescenta-se a possibilidade que o utilizador tem em transformar as figuras, arrastando um ou alguns dos componentes que estão na sua base de construção. Para além disto, permitem medir comprimentos, ângulos, perímetros, áreas, etc., e efectuar cálculos com essas medidas.

O termo Geometria Dinâmica (GD) foi inicialmente usado por Nick Jakiw e Steve Rasmussen da Key Curriculum Press, Inc. com o objectivo de diferenciar este tipo de software dos demais softwares geométricos. Comummente é utilizado para designar programas interactivos que permitem a criação e manipulação de figuras geométricas a partir das suas propriedades, sendo assim os programas usados em geometria dinâmica não devem ser vistos como referência a uma nova geometria.

Em relação ao aspecto lógico e não obstante alguns estudiosos acreditarem que o computador pode criar obstáculos à prova formal em geometria, dado que a evidência visual e os outros instrumentos de validação disponíveis podem tornar este procedimento desnecessário para o convencimento, outros defendem que a visualização pode ajudar nas demonstrações ou provas desde que o professor seja hábil para propor problemas e estratégias (Silva, 2005).

Deve ter-se em atenção que a utilização de um ambiente computacional por si só não é suficiente para melhorar o ensino da geometria. Ele tem que estar associado a tarefas significativas para os alunos, ou seja, tarefas que tenham como objectivo desenvolver a sua competência geométrica. A noção de competência a que se refere está intimamente ligada ao conceito de literacia no Currículo Nacional do Ensino Básico:

> A cultura geral que todos devem desenvolver como consequência da sua passagem pela educação básica pressupõe a aquisição de um certo número de conhecimentos e a apropriação de um conjunto de processos fundamentais mas não se identifica com o conhecimento memorizado de termos, factos e procedimentos básicos, desprovido de elementos de compreensão, interpretação e resolução de problemas.
>
> *(ME-DEB, 2001, pág. 9)*

Nas tendências actuais do ensino a competência geométrica que se pretende que os alunos desenvolvam está intimamente relacionada com a construção de figuras geométricas, a experimentação e a observação. Deste modo, os AGD podem desempenhar um papel importante no desenvolvimento desta competência pelos alunos:

> Actualmente, ferramentas computacionais, designadas por ambientes geométricos dinâmicos (Cabri-Geòmetre, Geometer's Sketchpad, …) são geradoras de uma nova abordagem no ensino e aprendizagem da geometria. Permitem a construção e manipulação de objectos geométricos e a descoberta de novas propriedades desses objectos, através da investigação das relações ou medidas que se mantêm invariantes. *(Abrantes, Serrazina e Oliveira,1999, p. 60)*

Junqueira e Valente (citado em Silva, 2005) referem que a investigação efectuada sobre o trabalho dos alunos que utilizam ambientes geométricos dinâmicos permite concluir que, apesar dos alunos, especialmente os mais fracos, formularem generalizações e as adoptarem imediatamente como válidas, com o passar do tempo e com a prática e experiência adquiridas, sentem necessidade de justificar as suas conjecturas e provarem as propriedades descobertas para que estas sejam aceites como verdadeiras.

Outra mais-valia dos AGD’s prende-se com o facto de permitir aos alunos discutir a Matemática ao invés de se limitarem a escutar o professor a falar sobre ela. Os ambientes computacionais podem contribuir, de forma fundamental, para uma nova relação entre professor, alunos e o processo de ensino e de aprendizagem da geometria, permitindo desenvolver capacidades de visualização espacial, de raciocínio e de argumentação, essenciais na época actual e no futuro.

Em relação ao papel do professor, poderão permitir que seja um facilitador da aprendizagem, estimulando a descoberta e a pesquisa através de actividades de exploração, o espírito crítico, a imaginação e a intuição do aluno deixando-lhe liberdade nas suas abordagens às tarefas de modo a permitir-lhe desenvolver a sua autonomia. Relativamente ao aluno, poderá permitir que seja activo nas suas aprendizagens, através da exploração e manipulação de figuras geométricas, que formule e teste conjecturas e que (re)descubra propriedades, construindo o seu conhecimento.

Deste modo, promovem um ensino diversificado proporcionando uma variedade de situações estimulantes de aprendizagem, tendo em conta os interesses, as capacidades, o ritmo e as aptidões do aluno.

5 – GeoGebra

O GeoGebra é um programa livre de geometria dinâmica criado por Markus Hahenwarter em 2001 na University of Salzburg para ser utilizado em ambiente de sala de aula e tem sido desenvolvido na Florida Atlantic University.

Por ser um software gratuito, os colaboradores podem fazer alterações nos seus códigos fontes da maneira que necessitarem, melhorando, aprimorando, actualizando ferramentas, com o compromisso de disponibilizarem tais melhoramentos de forma, também gratuita.

Outro recurso muito interessante é o GeoGebra Pre-Release onde se tem acesso ao programa online (www.geogebra.org/cms/), desta forma o usuário pode fazer uso do programa sem ter que instalá-lo no computador, assim o aluno poderá utilizá-lo tanto na escola como em casa, isto é, em qualquer lugar onde tenha acesso a um computador conectado à internet e possua o Java instalado, caso contrário pode fazer a instalação pela própria página na internet do GeoGebra.

O site GeoGebraWiki (www.geogebra.org/en/wiki/index.php/Main_Page) é uma fonte de materiais educacionais livres para a aplicação do GeoGebra. Uma pré-visualização de alguns trabalhos criados com o aplicativo pode ser encontrada na secção em português do próprio GeoGebraWiki.

Como AGD permite fazer construções utilizando pontos, vectores, segmentos de recta, rectas, bem como funções e alterar todos os objectos dinamicamente após a construção estar finalizada, explorando a parte geométrica do software.

Ainda podem ser incluídas equações e coordenadas directamente. Assim, o GeoGebra é capaz de lidar com variáveis para números, vectores e pontos, derivar e integrar funções e ainda oferece comandos para encontrar raízes e pontos extremos de uma função.

Deste modo, o programa reúne as ferramentas tradicionais de geometria, com as mais avançadas da álgebra e do cálculo. Assim tem a vantagem didáctica de apresentar, ao mesmo tempo, duas representações diferentes de um mesmo objecto que interagem entre si: a sua representação geométrica e a sua representação algébrica.

Kristian Madeira é um professor da Universidade do Extremo Sul Catarinense (UNESC), no Brasil, que numa das suas palestras sobre o GeoGebra comentou:

> Esse é um software que apresenta múltiplas aplicações, e que a medida que vamos conhecendo-o, ampliamos nossas possibilidades de uso em sala de aula, com novos exercícios e práticas de uma geometria dinâmica aliada com álgebra (…). Temos que tomar cuidado para não usá-lo no estilo de uma calculadora operada por um analista financeiro, ou seja, temos que estar atentos ao processo e não somente no produto e

> muitas vezes os softwares nos dão apenas o produto final, dessa forma precisamos refletir muito sobre que tipo de atividades são as mais adequadas para que se possa ocorrer uma aprendizagem significativa com o uso do software e não ficar apenas no uso do software para conferir resultados.
> *(citado em Felício, Guizzo, 2009)*

Salienta-se também um depoimento de uma professora de Matemática, Ana Lúcia que utiliza este software em sala de aula:

> Os alunos demonstram muito interesse pelas aulas de matemática aplicadas na informática através do software GeoGebra. As aulas não são tão lúdicas como pode parecer. Exige concentração na leitura dos passos escritos para o desenvolvimento da actividade e cuidados ao manusear o rato para utilizar as ferramentas. Os alunos precisam realizar cálculos e observar relações para responder aos exercícios solicitados após a construção do trabalho descrito. Um aluno associou um tabuleiro de xadrez com o GeoGebra, pois percebeu a relação da disposição das peças com o plano cartesiano. Acho isso maravilhoso! Acredito que é assim que se ensina matemática. Acredito no GeoGebra como uma excelente ferramenta para conectar as aulas de informática e de matemática. *(citado em Felício, Guizzo, 2009)*

Esta possibilidade de integrar num mesmo software ferramentas de geometria e de álgebra configura ao GeoGebra o local de destaque no campo de softwares educacionais aliado ainda a condição de software livre e multiplataforma, o que seria um desperdício usá-lo só para confirmar resultados. Já recebeu vários prémios, inclusive internacionais, entre eles:

- **EASA 2002:** Prémio Europeu de Software Académico (Ronneby, Suécia)
- **Learnie Award 2003:** Prémio de Software Educacional Austríaco (Vienna, Áustria)

- **Digita 2004:** Prémio de Software Educacional Alemão (Cologne, Alemanha)
- **Comenius 2004:** Prémio de Mídia Educacional Alemão (Berlin, Alemanha)
- **Learnie Award 2005:** Prémio de Software Educacional Austríaco em "Spezielle Relativitätstheorie mit GeoGebra" (Vienna, Áustria)
- **Trophées du Libre 2005:** Prémio Internacional de Software Livre na categoria de Educação (Soisson, França)
- **Twinning Award 2006:** 1º Prémio em "Crop Circles Challenge" com GeoGebra (Linz, Áustria)
- **Learnie Award 2006:** Prémio de Software Educacional Austríaco em "Wurfbewegungen mit GeoGebra" (Vienna, Áustria)

De acordo com Skovsmose (citado em Silva, n. d.), as próprias características do GeoGebra possibilitam a criação de cenários para actividades de investigação, nos quais o aluno pode verificar propriedades de uma figura num processo muito rápido. Entende-se por actividades de investigação o processo no qual o aluno é despertado a questionamentos do tipo: "*O que acontece se…?*", convidando-o a descobertas, a formular questões e a procurar respostas. Por meio destes questionamentos a sala de aula de Matemática transforma-se num ambiente de aprendizagem em que o aluno é levado a um processo de exploração e explicação.

Capítulo III – Metodologia

Este capítulo descreve pormenorizadamente as opções metodológicas, começando por fundamentar e caracterizar a opção por uma metodologia de natureza qualitativa, uma vez que alguns autores consideram a Investigação-Acção como uma modalidade da Investigação Qualitativa. Continua com a descrição dos materiais de ensino utilizados e termina com a caracterização dos participantes no estudo e respectivo cenário.

1 – Opções Metodológicas

Para tentar responder à questão de investigação subjacente foi delineado um método de trabalho e escolhidas algumas técnicas de investigação.

Tendo em consideração os objectivos a alcançar, o facto da investigadora ter sido a própria professora e, principalmente atendendo a algumas alterações que se foram introduzindo à planificação realizada, o estudo registou-se num paradigma de Investigação-Acção.

A Investigação-Acção é um método de investigação que se estabeleceu no âmbito das ciências sociais e médicas desde meados do século XX. Atribui-se a Kurt Lewin a sua origem moderna quando nos anos 40 desenvolveu uma versão de Investigação-Acção em psicologia social no Centro de Pesquisa em Dinâmica de Grupos da Universidade de Michigan. Também o Instituto Tavistock, em Inglaterra, depois da II Guerra Mundial, desenvolveu uma versão operacional de Investigação-Acção no estudo dos distúrbios psicológicos e sociais dos veteranos e prisioneiros de guerra.

Pelo que Lewin e o Instituto de Tavistock foram os inspiradores dum vasto conjunto de trabalhos no domínio da Investigação-Acção, embora a adesão à mesma se tenha processado lentamente. Nos anos 70 a Investigação-Acção é potenciada pelos estudos de Stenhouse (1970), Elliott (1973) e Allal (1978), apresentando distintos modelos alternativos à investigação educativa tradicional. Argyris e Schön foram os principais autores a retomar e desenvolver os conceitos de Investigação-Acção, tratando-se como uma abordagem científica específica, na qual o investigador gera um novo conhecimento acerca do sistema social e, ao mesmo tempo, esforça-se por o mudar (Argyris, Schön, 1985). Nos anos 90 verificou-se um crescimento da sua popularidade nas ciências da educação, na investigação em sistemas de informação e na aprendizagem das organizações (organizational learning).

A Investigação-Acção combina

Investigação: "Indagação ou pesquisa que se faz buscando, examinando e interrogando"

in Dicionário Priberam da Língua Portuguesa

com **Acção**: "Tudo o que se faz. Maneira de actuar."

in Dicionário Priberam da Língua Portuguesa

tendo como principais características:

- ***Prática e Interventiva* –** tem como objectivo lidar com problemas reais, procurando diagnosticar um problema num contexto específico e solucioná-lo nesse mesmo contexto. A mudança é vista como parte integrante da investigação;
- ***Participativa e Colaborativa* –** implica todos os intervenientes no processo. O investigador é o principal interveniente no processo de investigação, sendo a sua participação activa;
- ***Cíclica* –** envolve um conjunto de ciclos, nos quais as descobertas iniciais geram possibilidades de mudança, que são então implementadas e avaliadas como introdução do ciclo seguinte;
- ***Auto-Avaliativa* –** pois as modificações são continuamente avaliadas e monitorizadas, numa perspectiva de flexibilidade e adaptabilidade.

Relativamente à flexibilidade e abertura a inovações e perante a situação concreta de explorações do GeoGebra, a investigadora viu-se na necessidade de ir alterando a planificação estabelecida.

A investigadora esteve presente em todo o trabalho colaborando activamente com os alunos, com o objectivo de os compreender e conhecer melhor e descobrir se a situação de aprendizagem que lhes apresentava se revelaria rica e inovadora, introduzindo as alterações necessárias para não se comprometer à abordagem dos conteúdos mencionados.

Segundo Kuhne e Quigley (1997), a Investigação-Acção é um processo cíclico, que implica três fases:

- ***Planificação –*** envolve a definição do problema, a definição do projecto e o processo de medição;
- ***Acção –*** envolve a implementação do projecto e o processo de observação;
- ***Reflexão –*** envolve o processo de avaliação.

Se nesta última fase não se encontrar a solução do problema, parte-se para o segundo ciclo. A fase de Reflexão necessita de ser sistematizada para poder ser considerada investigação.

Estas fases assumem a configuração apresentada na figura abaixo:

Figura nº: 3 – Fases da Investigação-Acção apresentadas por Kuhne & Quigley (1997).

Quem utiliza a Investigação-Acção, faz não só uma reflexão sobre as suas práticas, mas também utiliza técnicas de investigação para suportar e sistematizar essa reflexão.

2 – Descrição do Estudo

Para dar resposta à questão colocada foram aplicados alguns elementos na prática pedagógica onde, no quadro seguinte, se sistematiza as etapas concretizadas, as datas em que decorreram e a duração que tiveram:

Data	Etapa	Duração
19 de Janeiro de 2010	Teste Diagnóstico	45 minutos
22 de Janeiro de 2010	Exploração do GeoGebra	90 minutos
29 de Janeiro de 2010	Ficha de Aplicação do Tema usando o GeoGebra	90 minutos
12 de Março de 2010	Ficha Semelhança de Figuras	Entrega
16 de Abril de 2010	Actividades com GeoGebra	90 minutos
7 de Maio de 2010	Questionário	10 minutos
11 de Maio de 2010	Teste Intermédio Matemática 9º Ano	90 minutos

Este estudo baseou-se essencialmente na parte experimental que envolveu diversos procedimentos, técnicas e recolha de dados de acordo com o tipo de investigação já referido.

Iniciou-se pela aplicação de um Teste Diagnóstico (anexo I) aos alunos da turma, uma vez que o tema *Semelhança de Figuras* já tinha sido leccionado em anos transactos, com o intuito de se obter informação quanto aos seus conhecimentos sobre esta matéria. O teste era composto por uma questão inicial de valor lógico em que sempre que a afirmação fosse falsa os alunos tinham que dar um contra-exemplo, as segunda e terceira questões já eram mais de observação e aplicação de conceitos, e as últimas questões (quarta e quinta) adquirem um saber mais profundo tornando-se desafiantes.

Após isto, prossegue-se com as aulas aplicadas ao Ambiente de Geometria Dinâmica, o GeoGebra. Dado que neste ano de escolaridade os alunos têm Exame Nacional de Matemática e a matéria programada para este ano de ensino tem de ser toda leccionada e interiorizada pelos mesmos, e que para se ter acesso ao referido programa computacional é necessário um computador, pediu-se a colaboração do Professor de ITIC (Introdução às Tecnologias de Informação e Comunicação) desta turma, o qual se mostrou muito prestável e me deu total disponibilidade para usufruir das suas aulas, cujas salas já estão equipadas com o tipo de material necessário.

Seguiu-se uma sessão de exploração do GeoGebra pelos alunos, organizados em pares, com o objectivo de conhecerem as funcionalidades essenciais desta ferramenta. Nesta sessão foram entregues a cada aluno, um Mini Guião (anexo III), onde se explica resumidamente, as funções dos menus, barra de ferramentas e entrada de comandos para eventual consulta posterior, aquando da resolução das fichas, e uma ficha com Actividades de Exploração (anexo IV) cuja resolução tinham de gravar no computador e fornecer uma cópia à professora.

Só após o primeiro contacto e conhecimento prévio do principal instrumento de trabalho é que se procedeu à aplicação, também aos pares, dada a limitação de equipamentos informáticos, na versão de Ficha de Aplicação do Tema usando o GeoGebra (anexo V) divididas em parte teórica e parte prática, esta última realizada com o aplicativo em estudo, no final da sessão os alunos entregaram numa folha à parte as respostas correspondentes à teoria e a parte prática guardaram no computador de forma a fornecerem à professora.

No momento seguinte do estudo, foi distribuída numa aula de Matemática uma Ficha sobre Semelhança de Figuras (anexo VI) para os alunos trazerem resolvida de casa, de forma a se verificar quais os conhecimentos sobre esta matéria que ficaram retidos. Mas nenhum aluno fez a posterior entrega da resolução da ficha.

Numa outra aula cedida de ITIC voltou-se a realizar outra ficha com Actividades em GeoGebra (anexo VII), a qual também serviu para se fazer um estudo mais pormenorizado de alguns alunos, embora também fosse resolvida pelos alunos a pares. Esta era também constituída por uma componente teórica e outra prática. Para cada questão apresentava-se um espaço em branco para que os alunos pudessem anotar a respectiva resposta.

Por fim, foi aplicado um Questionário (anexo IX) com o intuito de conhecer a opinião dos alunos sobre a forma como foi abordada a unidade didáctica, principalmente no que respeita às potencialidades, técnicas e didácticas do software usado, GeoGebra.

Por coincidência, neste ano lectivo saiu uma questão no segundo Teste Intermédio de Matemática de 9º Ano (anexo XI), onde se poderia aplicar o tema em estudo, tal questão foi aproveitada de forma a rematar a sua parte experimental.

Tendo em conta que as técnicas de investigação são conjuntos de procedimentos bem definidos e transmissíveis, destinados a produzir certos resultados na recolha e tratamento da informação recolhida pela actividade de pesquisa, como principais técnicas seleccionaram-se a do inquérito e da observação (directa), apoiadas pelos principais instrumentos: questionário, documentos e artefactos e conversas informais com os alunos.

Quanto ao tratamento dos dados, relativamente às respostas do Questionário estas foram alvo de um tratamento quer quantitativo, traduzido na forma de gráficos ou tabelas, produzidos através do programa Excel, quer qualitativo, das respostas abertas, elaborando-se, de um modo geral, sínteses descritivas das principais opiniões dos alunos e, sempre que pertinente apresentam-se excertos dessas respostas.

No que se refere aos dados obtidos pelas fichas e Teste Diagnóstico não só foram tratados quantitativamente, elaborando-se grelhas de classificação e gráficos no programa Excel, mas essencialmente qualitativamente, uma vez que a maioria das questões exigia justificação ou conclusão dos resultados obtidos na prática. Deste modo, foram seleccionadas, para ilustrar o estudo, sempre que possível, algumas respostas, através de excertos que produzissem aspectos particulares ou mais gerais do pensamento e raciocínio, dos alunos, para a mesma questão.

3 – Participantes e Cenário

O estudo foi realizado no ano lectivo de 2009/2010 com uma turma do 9º ano de escolaridade, no âmbito da disciplina de Matemática. Esta escolha deveu-se ao facto da investigadora estar ao mesmo tempo a estagiar na turma em causa.

A turma era constituída por 24 alunos dos quais 10 eram raparigas e 14 eram rapazes, sendo que a maioria tinha inicialmente 14 anos de idade (ver tabela nº:1), ou seja, dentro do padrão do ano de escolaridade em causa, onde as suas idades variavam entre os 14 e os 18 anos.

Como anteriormente referido na parte I deste documento, existem 3 alunos de nacionalidade diferente da portuguesa e a disciplina de Matemática era a segunda disciplina que os alunos menos gostam sendo a sua disciplina preferida a Educação Visual.

Nesta turma existiam dois alunos cujo processo educativo estava abrangido pelo Ensino Especial, um dos quais apenas com adequações no processo de avaliação e apoio individualizado a Matemática e o outro com currículo escolar próprio, pelo que não foi considerado para o estudo visto que algumas tarefas foram implementadas na sala de aula de Matemática e este aluno frequentava a disciplina num horário diferenciado do resto da turma.

Em geral, verifica-se que 18 dos alunos nunca repetiram qualquer ano de escolaridade, enquanto 3 alunos repetiram uma vez e outros 3 alunos repetiram desde o seu percurso escolar dois anos de escolaridade.

Somente 2 alunos acabaram o ano lectivo com nível 5 e igualmente outros 2 alunos com nível 1, encontrando-se a turma, em média, no nível 3.

De todos os alunos apenas um já tinha utilizado um software matemático, o MatLab, que segundo o aluno foi introduzido no 6º ano de escolaridade.

A Escola que alberga esta turma para além das salas de informática, tem duas salas de TIC, uma das quais foi utilizada para realizar o estudo. Sendo necessário instalar nos seus doze computadores o aplicativo GeoGebra. Nas três sessões que houve com este software, na sala também estava presente o colega de estágio da investigadora para que os alunos conseguissem tirar um maior proveito das utilidades do programa, dado que o tempo da parte experimental da investigação foi curto, e os alunos tiveram de se ambientar rapidamente ao GeoGebra. Dada a capacidade de equipamentos informáticos imprescindíveis, sempre que estes eram requeridos os alunos tiveram de trabalhar dois a dois.

Capítulo IV – Análise dos Dados Recolhidos

A professora assumiu principalmente, o papel de “coach”, “investigadora” e “facilitadora” da aprendizagem instigando a uma participação activa do aluno no processo de construção do conhecimento pela interacção com o artefacto e com os outros, numa lógica de partilha do saber.

Quanto aos objectivos específicos, estes relacionam-se com os gerais descritos inicialmente no Capítulo I. Pretendendo que os alunos sejam capazes de:

- Compreender a noção de Semelhança;
- Ampliar e reduzir um polígono, dada a razão de semelhança;
- Identificar e construir polígonos semelhantes, descrevendo por palavras suas a estratégia usada;
- Calcular distâncias reais a partir de uma representação;
- Compreender os critérios de semelhança de triângulos e usá-los na resolução de problemas, assim como as suas relações entre os elementos homólogos, na justificação de raciocínios;
- Relacionar os perímetros e as áreas, em figuras semelhantes;
- Utilizar as potencialidades do software GeoGebra na compreensão de figuras semelhantes.

Os recursos utilizados para atingir os fins enunciados foram o software GeoGebra, que tal como referido anteriormente é uma ferramenta que para além de ser totalmente livre se adapta perfeitamente ao tema em questão, várias fichas de trabalho, desde um Teste Diagnóstico sobre Semelhança de Figuras, outra para os alunos explorarem o referido aplicativo com o auxílio de um Mini-Guião previamente concebido, e outras sobre o tema em questão que os alunos tinham de resolver recorrendo ao software em análise, um Questionário sobre a opinião dos alunos no que respeita ao uso do aplicativo GeoGebra no estudo de Semelhança de Figuras e o Teste Intermédio de Matemática do 9º ano de 11 de Maio de 2010.

A parte prática do estudo iniciou-se com a aplicação de um Teste Diagnóstico sobre Semelhança de Figuras que teve como objectivo averiguar quais as principais lacunas e fragilidades do conhecimento apresentado pelos alunos. Também após se ter uma visão clara do estádio de aprendizagem dos alunos, permite adaptar os próximos recursos aplicados ao estudo de modo a corrigir algumas deficiências reveladas. Foi aplicado na segunda parte de uma aula de Matemática, sendo cada uma de 90 minutos, pelo que teve a duração de 45 minutos.

Este teste é organizado por:

- uma questão de verdadeiro/falso, permitindo avaliar a compreensão e capacidade de usar as relações de congruência e semelhança de polígonos, bem como o uso dos critérios de semelhança de triângulos e as suas relações entre os elementos homólogos, na justificação de raciocínios, uma vez que no caso da afirmação dada ser falsa, os alunos terão de justificar através de um contra-exemplo;

- uma questão de complemento, baseada na visualização de dois triângulos semelhantes, o que permite avaliar a compreensão dos critérios de semelhança de triângulos e a capacidade de os usar;

- três questões que envolvem tanto respostas curtas como de desenvolvimento, sendo que ambas requerem alguns cálculos, permitindo avaliar as noções de semelhança, ampliação e redução, a compreensão dos critérios de semelhança de triângulos e a capacidade de fazer raciocínios dedutivos e de relacionar os perímetros e as áreas em figuras semelhantes.

Os resultados obtidos foram muito fracos sendo a sua média de 22%, encontrando-se apenas três alunos acima dos 50%, onde o melhor resultado foi de 84%. Estes dados podem ser verificados tanto na Grelha de Classificação do Teste Diagnóstico (anexo II) como no gráfico seguinte.

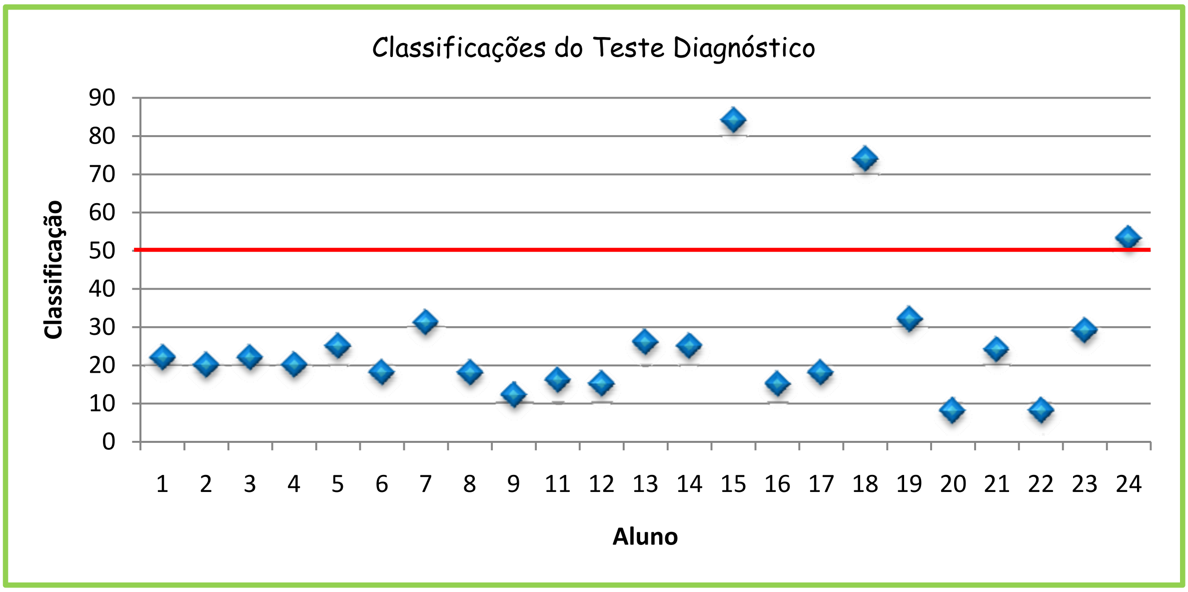


Gráfico nº: 3 – Classificações do Teste Diagnóstico.

Fazendo uma análise destes resultados mais pormenorizada, e de acordo com o gráfico seguinte, podem-se tirar algumas ilações.

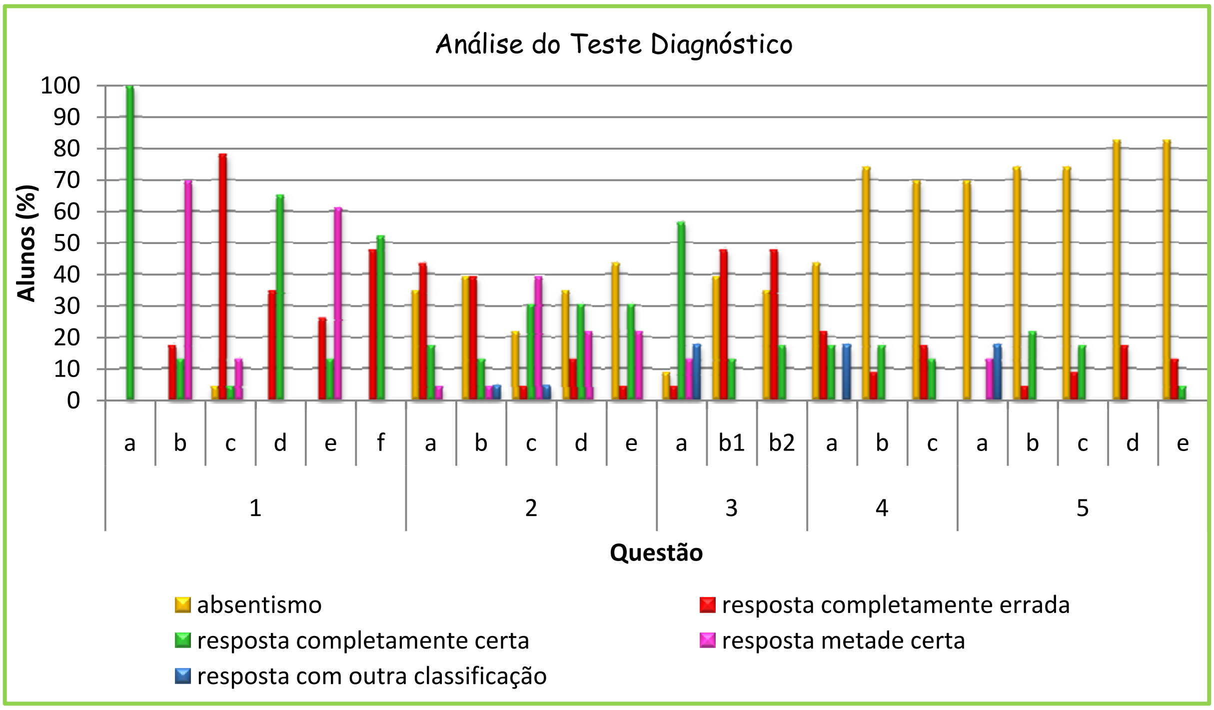


Gráfico nº: 4 – Análise do Teste Diagnóstico.

À primeira vista verifica-se que todos os alunos acertaram na alínea *a* da questão *1*, sendo as questões *4* e *5* as que têm um maior absentismo entre os 70 e 83% dos alunos. O absentismo começa a evidenciar-se a partir da segunda questão.

Na alínea *f* da questão *1* verifica-se que os alunos ou acertaram ou erraram completamente sendo uma diferença de 4% a favor das respostas certas. Também na alínea *d* da questão *1* os alunos acertaram ou erraram sendo 65% a responder certo contra 35% a errar. Quanto à alínea *a* da questão *3*, esta não envolvia directamente o tema em causa, sendo apenas de aplicabilidade do Teorema de Pitágoras, pelo que evidencia uma boa percentagem (57% dos alunos) de respostas completamente correctas.

O maior número de respostas completamente erradas (78% dos alunos) verifica-se na alínea *c* da questão *1*. No entanto na alínea *a* da questão *5* não existem respostas incorrectas. Nas alíneas *b* e *e* da questão *1* e alínea *c* da questão *2* verifica-se uma maior percentagem de alunos onde a sua resposta é metade certa relativamente aos outros tipos de resposta.

Só nas alíneas *b* e *c*, *a*, *a* e *a* das questões *2*, *3*, *4* e *5*, respectivamente, é que existe uma classificação entre o completamente certo e o errado, note-se que esta classificação também não pode ser metade da totalidade estipulada, pelo que poderá ser superior ou inferior a esta.

Através de uma análise mais pormenorizada das respostas dadas pelos alunos às questões constituintes do Teste Diagnóstico, pode-se interpretar e compreender quais os motivos que conduziram às percentagens acima citadas.

A primeira questão é composta por seis afirmações, cada corresponde a uma alínea onde se pretendia, como anteriormente referido, que os alunos atribuíssem o respectivo valor lógico e caso este fosse falso, tinham de dar um contra-exemplo, este poderia ser por escrito ou através de figuras. Na primeira alínea todos os alunos acertaram dizendo que todos os triângulos equiláteros eram semelhantes. Nas três alíneas seguintes afirmava-se que todos os triângulos isósceles, rectângulos e rectângulos isósceles eram semelhantes, onde apenas um dos alunos referiu que todos os triângulos rectângulos eram semelhantes e como contra-exemplo dos triângulos isósceles há alunos que referem "podem ter formas diferentes" demonstrando assim a sua capacidade de visualização mental. Mesmo assim através das restantes resoluções e da observação feita enquanto os alunos resolviam o Teste foi visível que as noções de classificação de triângulos não estavam bem presentes nas suas memórias, uma vez que colocaram a questão sobre o que era um triângulo isósceles. No que respeita a "todos os polígonos regulares são semelhantes", todos os alunos optaram por responder apesar de algumas dificuldades em justificar (ver figura nº: 4), neste caso afere-se o desconhecimento da noção de polígono regular. Pelo que os resultados podiam ter sido intuição ou mero acaso. Quanto à última alínea, para além dos polígonos serem regulares acrescenta-se o facto de terem o mesmo número de lados, onde os alunos também optaram por dar resposta, sendo 12 alunos a responder que tais polígonos são semelhantes e 11 alunos a responder o contrário. Globalmente e dado o carácter da questão os alunos tinham uma elevada probabilidade de acertarem ao acaso, o que se evidenciou pela elevada inexistência de contra-exemplos quando necessários.

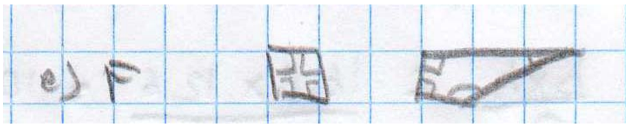


Figura nº: 4 – Resposta de aluno à questão 1 alínea (e) do Teste Diagnóstico

Com a segunda questão pretendia-se que através da observação de dois triângulos semelhantes dados, onde faltavam algumas medidas de ângulos e lados, os alunos completassem essas falhas. Verifica-se que os alunos sabem quais são os elementos correspondentes entre triângulos semelhantes, no entanto demonstram dificuldade em calcular os seus respectivos valores (ver figura nº: 5). Encontrando-se estes alunos no primeiro nível do Modelo de van Hiele, o visual, uma vez que se limitaram a usar argumentação baseada na aparência das figuras. Para além do conhecimento de conceitos esta questão também implicava algum cálculo, sendo de maior dificuldade que a anterior, onde se começou a evidenciar a opção dos alunos por não responder.

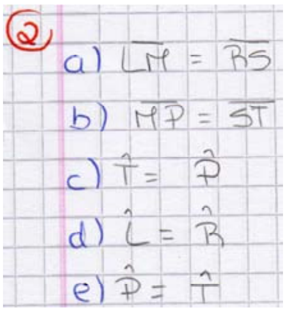


Figura nº: 5 – Resposta de aluno à questão 2 do Teste Diagnóstico

Quanto à terceira questão pretendia-se que os alunos aplicassem o conceito de triângulos semelhantes tal como o de ampliação ou redução. Ao invés da questão *2* assiste-se a uma boa percentagem de alunos a aplicar os conceitos, no entanto a referida ampliação descrita no enunciado baralhou-os, notando-se dificuldade nos referidos cálculos.

Nas quarta e quinta questões pretendia-se que os alunos através da observação das figuras dadas aplicassem os conhecimentos de triângulos semelhantes. Sendo que 10 dos alunos opta por não justificar que os triângulos dados, na quarta questão, são semelhantes, seguidos de 5 alunos que erram na justificação. Analisando algumas destas justificações verifica-se que os alunos exprimem dificuldade em aplicar os critérios de semelhança de triângulos, o que também é evidenciado na alínea *a* da questão 5, onde os alunos através da figura dada optaram por dar exemplos, na maioria dos casos, de triângulos semelhantes cuja respectiva disposição era diferente da da imagem da questão anterior. Na figura nº: 6 o aluno em particular não sabe que em triângulos semelhantes os ângulos correspondentes são congruentes (critério AA) e que o que pode ser directamente proporcional são os comprimentos dos lados correspondentes do polígono. O aluno que se exprime na figura nº: 7 demonstra algum saber, no entanto não é rigoroso a comunicar. Nas figuras nºs: 8 e 9 verifica-se que, no primeiro caso, o aluno tem conhecimento de que existe uma relação entre as áreas dos triângulos quando estes são semelhantes, só não sabe é qual, mas no enunciado não havia elementos suficientes que fundamentassem o uso de áreas para a justificação em questão, no que respeita ao outro aluno é notória a sua grande dificuldade na visualização das figuras fornecidas.

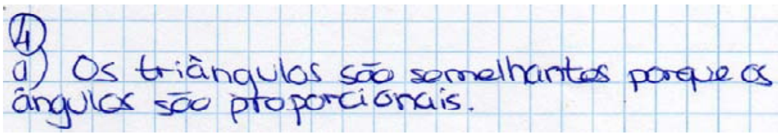

4
a) Os triângulos são semelhantes porque os ângulos são proporcionais.

Figura nº: 6 – Resposta do aluno 14 à questão 4 alínea (a) do Teste Diagnóstico.

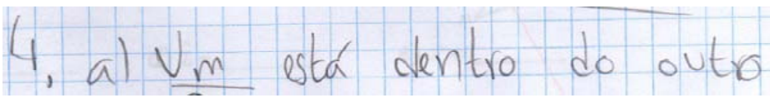

4, a) Um está dentro do outro

Figura nº: 7 – Resposta do aluno 23 à questão 4 alínea (a) do Teste Diagnóstico.


4. É semelhante pois têm a mesma área

Figura nº: 8 – Resposta do aluno 6 à questão 4 alínea (a) do Teste Diagnóstico.

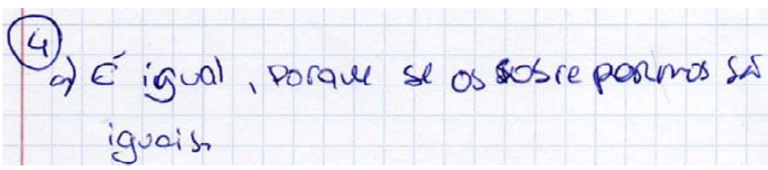

4
a) É igual, porque se os sobrepormos são iguais.

Figura nº: 9 – Resposta do aluno 5 à questão 4 alínea (a) do Teste Diagnóstico.

No que respeita às restantes alíneas destas questões, para a sua resolução é necessário um conhecimento mais profundo sobre semelhança de triângulos, não sendo possível que o aluno adivinhe a resposta. Lembre-se que foi nestes pontos onde se revelou uma enorme opção por não haver resposta. É visível uma enorme dificuldade, por parte destes, na resolução de problemas que envolvam este tipo de matéria, sendo que nenhum aluno respondeu correctamente à questão *5* alínea *d*, pois em vez de aplicarem os conhecimentos sobre semelhanças quanto ao perímetro preferem fazer os cálculos como se não adquirissem esse facto. Verifica-se ainda que as ampliações e as reduções não estão plenamente interiorizadas pelos alunos, dada a confusão que fazem do seu uso.

Resumidamente com este Teste Diagnóstico, verificou-se que os alunos ainda não têm interiorizado: a classificação de triângulos, os critérios de semelhança de triângulos, o uso da razão de semelhança em cálculos de medidas, a noção de redução e ampliação e a relação existente entre perímetros e áreas de figuras semelhantes.

Após se ter conhecimento de quais as principais dificuldades dos alunos no que se refere a *Semelhança de Figuras*, é tempo de se por em prática a componente do estudo em falta, o software GeoGebra. Na primeira aula dedicada ao aplicativo, os alunos tiveram o seu primeiro contacto, informal, com o programa. Nesse dia os alunos já tinham tido, no primeiro tempo da manhã, Matemática, e a seguir, no segundo tempo, iam ser participantes activos no estudo em causa. A entrada na sala de aula foi um pouco atribulada, muito possivelmente por irem ter Matemática numa sala diferente, isto é os alunos estão habituados a ter esta disciplina em salas simples apenas com mesas, cadeiras, vídeo-projector e quadros (branco e interactivo), só esporadicamente é que é levado para a sala algum material extra em prol da melhor metodologia a abordar.

Anteriormente, aquando da realização do Teste Diagnóstico, comunicou-se aos alunos que iriam fazer parte deste estudo, mas só nesta fase é que foi transmitido que o uso do computador nas suas tarefas era fulcral. Para a sua concretização os alunos tiveram de se agrupar em pares, dado o número de equipamentos e a disposição da sala. Foi-lhes explicado o porquê de ser aquele programa, assim como divulgada a existência de outros softwares didácticos que se adaptavam ao tema. Também lhes foi transmitida toda a informação necessária sobre o GeoGebra, tal como o seu criador e as principais características. Aliás foi elaborado e distribuído aos alunos um Mini-Guião deste software com o intuito de os ajudar nas suas tarefas e ao mesmo tempo para que nas aulas posteriores caso não se lembrassem como se fazia determinada operação, não desperdiçassem muito tempo. Como primeira tarefa foi proposto aos alunos explorar o programa, tendo como matriz orientadora uma ficha com Actividades de Exploração (ver anexo IV) que vão desde como marcar pontos, criar segmentos, semi-rectas, rectas, construir triângulos com comprimentos específicos dos lados, modificação da estética de apresentação dos objectos realizados, à efectuação de alguns cálculos rudimentares.

Os alunos mostraram-se muito entusiasmados com a exploração do programa começando logo a perguntar como é que se faziam as coisas, onde a maioria percebeu logo a lógica de funcionamento do programa, o que lhes permitiu um avanço considerável nas tarefas propostas. Tal deve ter sido possível devido à forma como o programa foi pensado, na mesma lógica que todos os programas informáticos. E o que também contribuiu para uma maior cooperatividade entre os alunos, uma vez que os mais adiantados ajudavam os que tinham mais dificuldades, fornecendo-lhes pequenas pistas, como se de um jogo se tratasse.

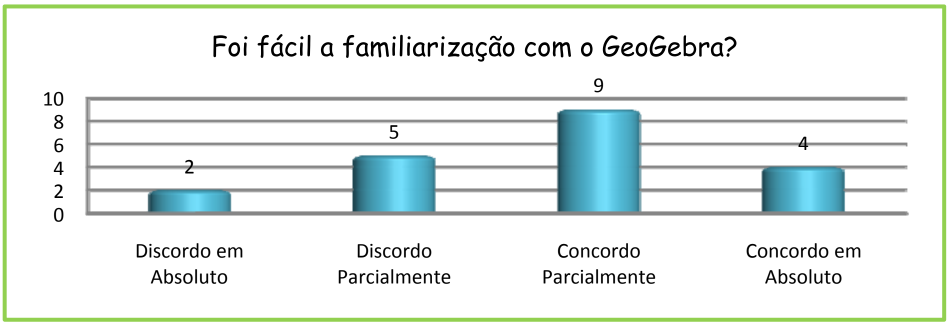


Gráfico nº: 5 – Respostas à questão “Foi fácil a familiarização com o GeoGebra?”

Dado que se patenteou no Questionário, onde a maioria (13) dos alunos concorda parcial ou absolutamente ser fácil a familiarização com o software, enquanto 5 alunos discordam parcialmente, sendo que só 2 alunos é que discordam completamente. Verificando-se o aspecto deste aplicativo como preferência do aluno 23 no que respeita ao GeoGebra (ver figura n: 10).

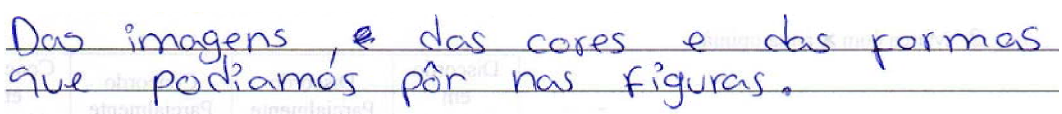


Figura nº: 10 – Resposta do aluno 23 à questão “Do que é que gostaste mais no GeoGebra?”.

Na segunda aula na sala com computadores, começou-se por fazer uma breve abordagem sobre *Figuras Semelhantes*, sempre com o auxílio dos alunos, isto é, eram os alunos que tinham de verbalizar o que entendiam por figuras semelhantes e quais eram os critérios de semelhança de triângulos que conheciam. A seguir foi proposta uma ficha com várias actividades (ver anexo V). Na primeira actividade era solicitado aos alunos que construíssem dois triângulos semelhantes, seguindo os passos indicados, e retirassem algumas conclusões, como qual a relação entre os comprimentos dos lados correspondentes, as amplitudes dos ângulos correspondentes e as medidas dos perímetros e das áreas. As três actividades restantes eram de aplicação da teoria, isto é, eram mais à base de cálculo. Ora para desvendar alguma medida através de alguns dados fornecidos, ora para averiguar se se tratava de figuras semelhantes.

Verificou-se, em geral, um certo empenho dos alunos nas actividades propostas, no entanto houve um aluno que referiu o software como demasiado fácil, no entanto não conseguiu fazer a construção pretendida na primeira actividade, o que não deixa de ser curioso, uma vez que o aluno em causa é de nível 4 a Matemática, e quem está neste nível, normalmente não desiste facilmente de um desafio. Contudo, observou-se um grande desinteresse, mesmo quando o seu parceiro demonstrava força de vontade em alterar o que estava feito, ou então começar tudo de novo. Tal poderia ser pelo facto dos alunos nestas sessões se encontrarem um pouco exaustos, dado que no tempo antes tinham Matemática, e no caso do aluno em particular, já sabia responder às questões baseado apenas na teoria de triângulos semelhantes.

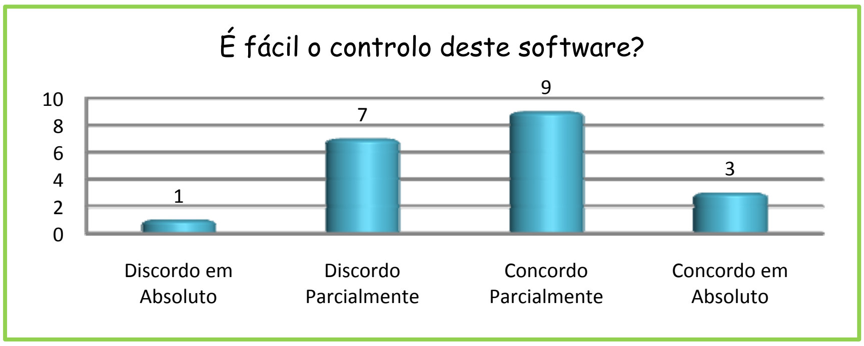


Gráfico nº: 6 – Respostas à questão “É fácil o controlo deste software?”

Por meio do Questionário realizado, constata-se que existem mais alunos a estar de acordo o aluno acima referido, onde a maioria (9) dos alunos concorda parcialmente que o controlo do GeoGebra é fácil, 7 alunos discorda parcialmente, 3 alunos concorda em absoluto e apenas 1 aluno discorda em absoluto. Tal maioria, chega a ser evidênciada pela seguinte resposta de um aluno:

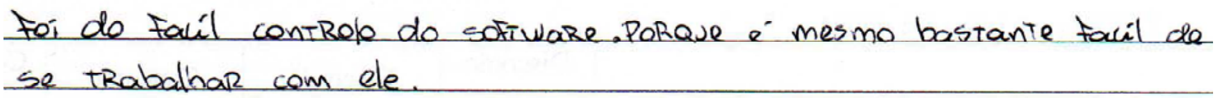

Foi do facil controlo do software. Porque é mesmo bastante facil de se trabalhar com ele.

Figura nº: 11 – Resposta do aluno 20 à questão "Do que é que gostaste mais no GeoGebra?".

Enquanto os alunos resolviam a ficha de trabalho, os professores presentes na sala, ao circularem, esclareciam as dúvidas que lhes surgiam, para que pudessem continuar as suas investigações, sem comprometer o resultado final. Onde se notou um forte entusiasmo em conjecturar, por exemplo, assim que os alunos acabavam as construções suspeitavam que haveria alguma relação de semelhança entre as figuras, até mesmo porque sabiam que esse era o tema em estudo, contudo verificaram que os comprimentos dos lados correspondentes dos triângulos eram directamente proporcionais e interrogavam-se sobre qual seria a constante de proporcionalidade a fim de concluírem se se tratava de reduções ou ampliações. No entanto quando tinham de escrever as suas conclusões, evidenciaram-se pouco rigorosos e por vezes confusos (ver figuras n^{os}: 12 e 13). Mesmo assim consegue-se entender que existem alunos no nível, do Modelo de van Hiele, da análise e outros da ordenação, dado que para além de referirem explicitamente propriedades das figuras baseadas na identificação de relações invariantes através da manipulação da construção, caso do aluno 19, também compreendem e dão argumentos lógicos, cujas deduções foram feitas por si próprios, como é o caso do aluno 11 .

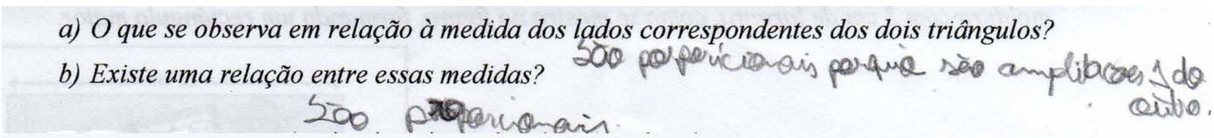

a) O que se observa em relação à medida dos lados correspondentes dos dois triângulos? São porporcionais porque são ampliações do outro.
b) Existe uma relação entre essas medidas?
São proporcionais.

Figura nº: 12 – Respostas do aluno 19 à Actividade A alíneas (a) e (b) da Ficha de Aplicação de Semelhança de Figuras usando o GeoGebra.

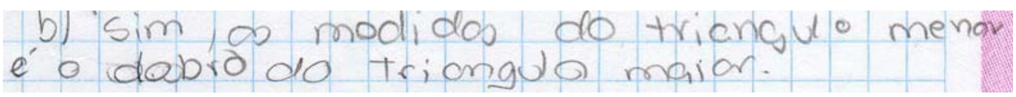

b) sim, as medidas do triangulo menor é o dobro do triangulo maior.

Figura nº: 13 – Resposta do aluno 11 à Actividade A alínea (b) da Ficha de Aplicação de Semelhança de Figuras usando o GeoGebra.

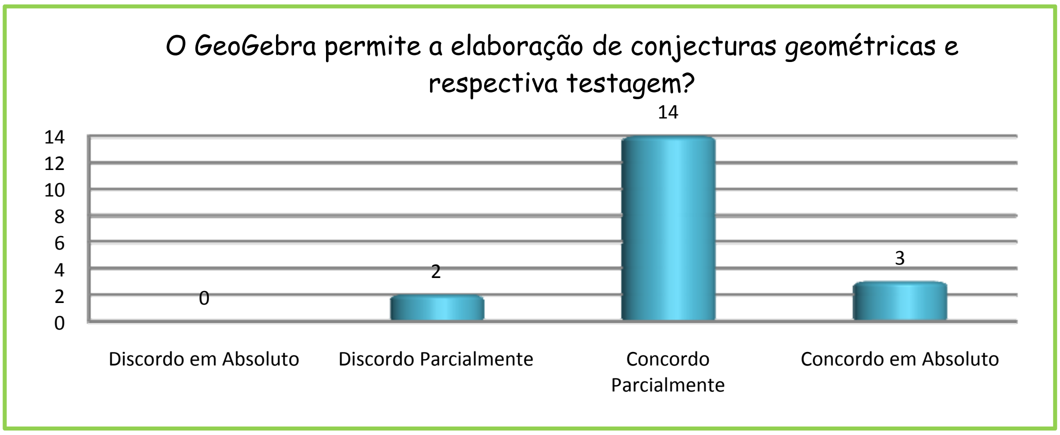


Gráfico nº: 7 – Respostas à questão "O GeoGebra permite a elaboração de conjecturas geométricas e respectiva testagem?"

Igualmente se registou a opinião dos alunos em relação à elaboração de conjecturas e respectiva testagem, onde a maioria (14 e 3) assinala concordar parcial ou absolutamente que o GeoGebra o permite com apenas 2 alunos a discordarem parcialmente.

Notou-se, também, que na generalidade os alunos tiveram espírito de investigação. A actividade, apesar de ser a mesma para todos os alunos, onde através de três semi-rectas com origem num mesmo ponto, criavam um triângulo ABC cujos vértices pertenciam às semi-rectas e por fim construíam, por meio de rectas paralelas aos lados do triângulo ABC, o triângulo DEF, cujos vértices eram a intersecção entre as semi-rectas iniciais e as respectivas rectas paralelas, permitia que as estruturas fossem diferentes de grupo para grupo (ver figuras n^{os}: 14 e 15). O que, ao mesmo tempo, se tornou interessante, uma vez que os alunos pensavam que por terem desenhos diferentes as conclusões iam também ser diferentes. Quando se apercebiam que afinal independentemente da forma das suas construções, os triângulos ABC e DEF eram semelhantes, movimentavam vértices, semi-rectas, etc., (ver figura nº: 15) em busca de algo que os levasse a entender o porquê de tal fenómeno acontecer.

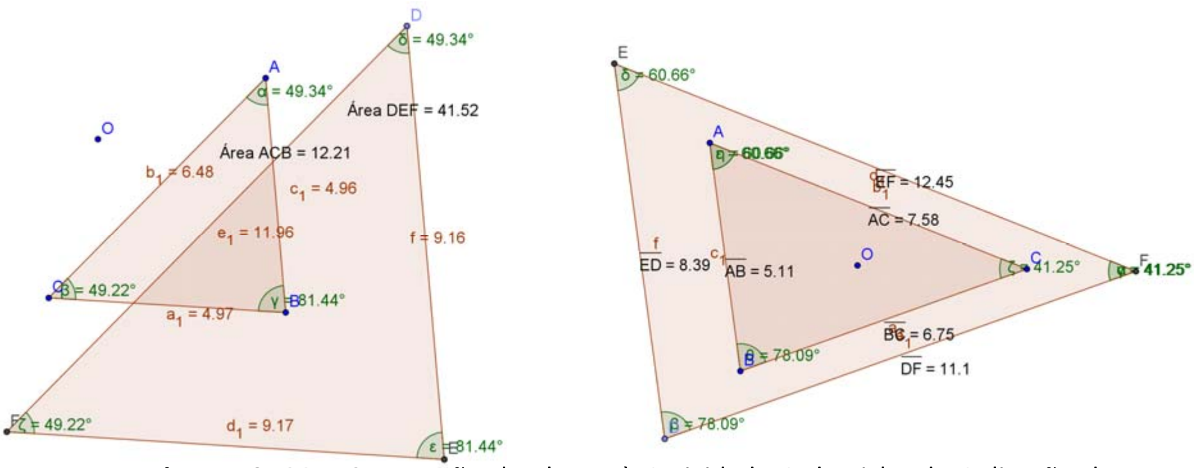


Figura nº: 14 – Construção de alunos à Actividade A da Ficha de Aplicação de Semelhança de Figuras usando o GeoGebra.

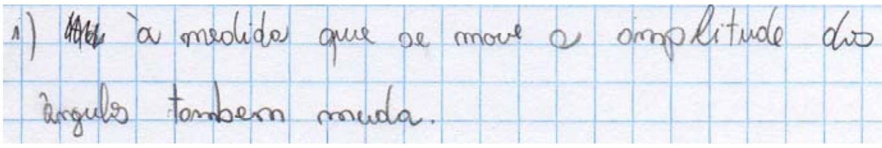

i) à medida que se move o amplitude dos ângulos tambem muda.

Figura nº: 15 – Resposta de aluno à Actividade A alínea (i) da Ficha de Aplicação de Semelhança de Figuras usando o GeoGebra.

No entanto e devido aos alunos perderem muito tempo tanto na construção como a pensarem nas primeiras questões propostas, evidenciou-se uma grande dificuldade quanto ao procedimento a usar para se criar um triângulo semelhante a outro numa razão de 0.5 usando o mesmo processo das semi-rectas, sendo apenas um grupo a conseguir responder (ver figura nº: 16), e encontrando-se assim no nível da ordenação do desenvolvimento do pensamento geométrico de acordo com van Hiele, não obstante o esforço dos restantes alunos em experimentar as suas teorias, embora em vão.

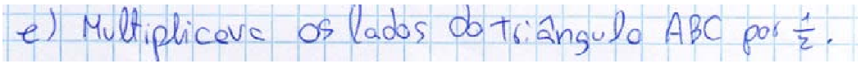

e) Multiplicava os lados do triângulo ABC por $\frac{1}{2}$.

Figura nº: 16 – Resposta de aluno à Actividade A alínea (k) da Ficha de Aplicação de Semelhança de Figuras usando o GeoGebra.

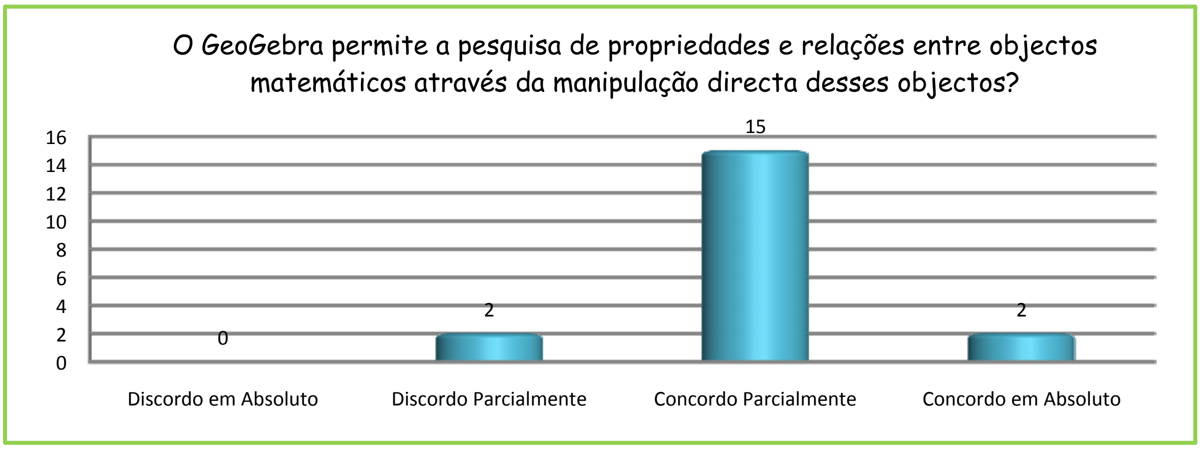


Gráfico nº: 8 – Respostas à questão "O GeoGebra permite a pesquisa de propriedades e relações entre objectos matemáticos através da manipulação directa desses objectos?"

Notavelmente 17 alunos referem, no inquérito, concordar absoluta ou parcialmente que o GeoGebra permite a pesquisa de propriedades e relações entre objectos matemáticos através da manipulação directa desses objectos e apenas 2 alunos discordam parcialmente. Esta pesquisa, na maioria das vezes, encontrava-se associada à manipulação das figuras construidas, o que para o aluno 18 se evidênciou como sua preferência no que respeita ao software (ver figura n: 17).

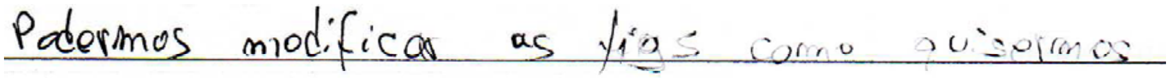


Figura nº: 17 – Resposta do aluno 18 à questão "Do que é que gostaste mais no GeoGebra?".

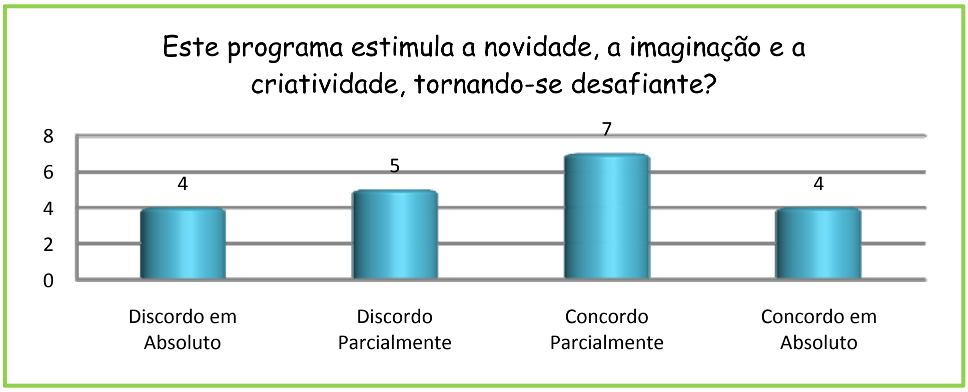


Gráfico nº: 9 – Respostas à questão "Este programa estimula a novidade, a imaginação e a criatividade, tornando-se desafiante?"

Pela primeira vez, as opiniões divergem quanto ao facto do GeoGebra estimular a novidade, a imaginação e a criatividade, tornando-se desafiante, por ordem decrescente os alunos assinalaram: concordo parcialmente (7), discordo parcialmente (5) e com 4 alunos cada, discordo e concordo em absoluto. Sendo no final o saldo positivo na concordância (11 alunos) contra (9 alunos) na discordância.

Na última aula cedida de ITIC realizou-se uma actividade de avaliação recorrendo ao GeoGebra, cuja estrutura consistia em:

- uma questão discursiva, onde por meio de uma construção a realizar os alunos terão de identificar triângulos semelhantes, permitindo analisar a capacidade de visualização, de raciocínio dedutivo e de comunicação;
- uma questão discursiva e de complemento, permitindo avaliar a compreensão e capacidade de utilizar propriedades e relações relativas a triângulos, a capacidade dos alunos em comunicar, por escrito, em Matemática, descrevendo, explicando e justificando as suas ideias, procedimentos e raciocínios, bem como as conclusões a que chegam;

- uma questão de verdadeiro/falso que requer justificação, permitindo verificar a capacidade de uso das propriedades e relações relativas a figuras geométricas e das relações de congruência e semelhança de triângulos, a capacidade de relacionar os perímetros e as áreas de figuras semelhantes.

A maioria dos resultados são insuficientes, com uma média nos 40%, onde os resultados variavam entre os 25 e os 84%, realçando uma melhoria considerada na generalização dos alunos, cuja média em relação ao Teste Diagnóstico é superior em 18%, visto que as outras classificações variavam entre os 8 e os 84%. Estes dados podem ser verificados tanto na Grelha de Classificação da Actividade com GeoGebra (anexo VIII) como no gráfico seguinte.

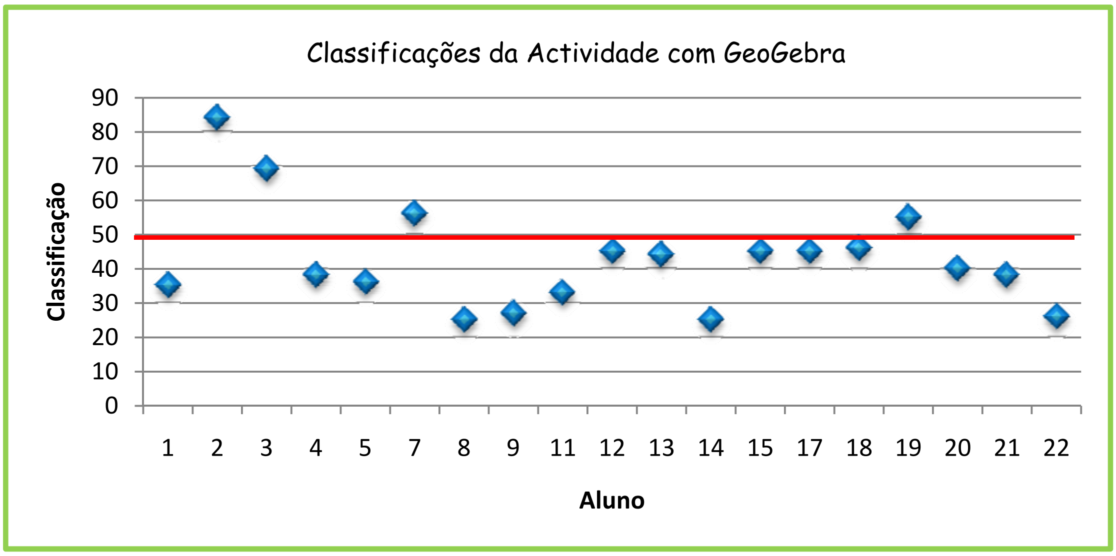


Gráfico nº: 10 – Classificações da Actividade com GeoGebra.

De acordo com o gráfico seguinte e fazendo uma análise mais pormenorizada, tiram-se algumas ilações.

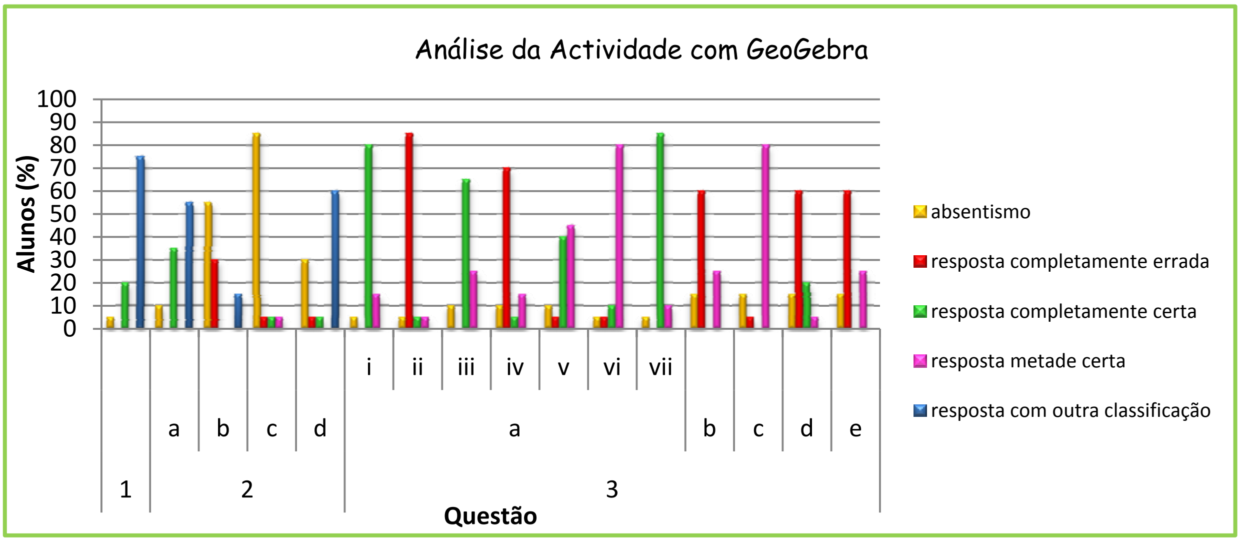


Gráfico nº: 11 – Análise da Actividade com GeoGebra.

Em todas as questões propostas houve pelo menos um aluno que não respondeu. As alíneas *b*, *c* e *d* da questão *2* foram as que registaram um maior absentismo de 55, 85 e 30%, respectivamente. De salientar que a alínea *b* da questão *2* para além de ter muito absentismo, segue-se 30% de respostas erradas, não havendo uma única resposta certa, embora algumas se encontrassem perto sendo 15%, cerca de 3 alunos com classificação quase certa.

Nas questões *1* e *2* alíneas *a* e *d* verifica-se que a maioria dos alunos, entre os 55 e 75%, apresentou respostas incompletas sendo apenas os itens *i*, *iii* e *vii* da alínea *a* da questão *3* os únicos onde se verificou a maioria de respostas totalmente correctas. É também na questão *3* onde se observa a maioria de respostas metade certas. Note-se que esta questão é de valor lógico e como característica os alunos têm 50% de probabilidade de acertarem na sua resposta, contudo para que não se tratasse apenas de mero acaso os alunos tinham de justificar a sua opção, e dado que as primeiras questões da ficha exigiam construção e análise de figuras, estas gastaram muito tempo nelas.

Quanto a respostas completamente erradas é notória a sua evidência na questão *3*, salientando-se mais nas alíneas *a* (itens *ii* e *iv*), *b*, *d* e *e*. Contrariamente, nas questões *1*, *2* alínea *a* e *3* alínea *a*, itens *i*, *iii* e *vii*, não se registaram respostas erradas.

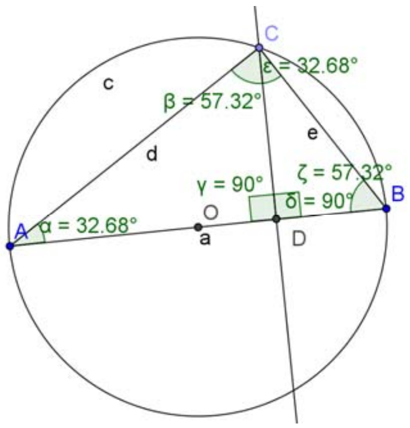
Através de uma análise mais pormenorizada das respostas dadas pelos alunos às questões constituintes da ficha Actividades com GeoGebra, pode-se interpretar e compreender quais os motivos que conduziram às percentagens acima citadas.

Na primeira questão pretendia-se que os alunos fizessem uma construção sobre a qual retirassem, quantos e quais, os triângulos semelhantes que conseguissem visualizar, e justificassem a causa que os levou a crer em tal semelhança. Verifica-se que a maior parte dos alunos consegue identificar três triângulos na construção, porém só 4 deles é que são capazes de analisar e justificar devidamente que são todos semelhantes entre si (ver figura nº: 18) Atingindo o quarto nível de van Hiele, da dedução, sendo capazes de compreender e analisar o processo dedutivo e as demonstrações com o processo axiomático associado. Os 7 alunos que deram uma justificação mais plausível de entre os que tentaram fazê-lo, somente conseguem provar a existência de uma relação de semelhança, que é a que está "mais à vista", isto é, visualizam na construção três triângulos, contudo quando vão analisar desprezam o triângulo que é constituído pelos outros dois (ver figura nº: 19). Encontrando-se ainda no nível, de van Hiele, da ordenação.

O ângulo ACB é um ângulo inscrito na circunferência, o seu arco correspondente AB, é uma semi-circunferência, logo o arco AB tem uma amplitude de 180°. Sabemos que a amplitude de um ângulo inscrito é metade da amplitude do arco correspondente logo AĉB é 90°. Pelo critério AA e sabendo que $A\hat{C}B = 90°$ e $A\hat{D}C = 90°$ e o ∢ em A é comum aos triângulos ACB e ADC logo Δ[ACB] ~ Δ[ADC]

Pelo mesmo processo conclui-se também que
2 ∢[ACB] ~ [CDB], logo Δ[ACB] ~ Δ[ADC] ~ Δ[CDB].
Construa uma figura idêntica à seguinte:

Figura nº: 18 – Resposta do aluno 4 à questão 1 da Actividade com GeoGebra.



São 3 triângulos e 2 deles semelhantes: ΔACD e Δ BCD.
Porque os ângulos são todos semelhantes (AAA).

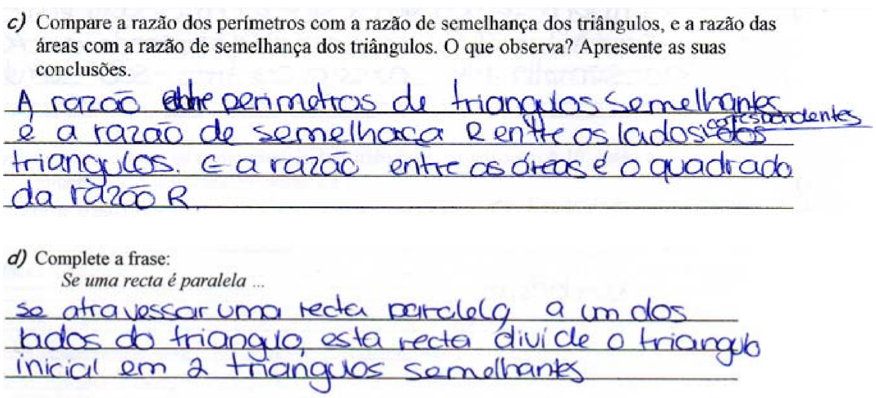
Figura nº: 19 – Construção e resposta do aluno 7 à questão 1 da Actividade com GeoGebra.

Quanto à segunda questão eram apresentadas uma figura constituída por triângulos, que os alunos tinham de reproduzir no GeoGebra, duas alíneas com tabelas para preencher com os dados relativos aos triângulos da construção, mais concretamente, na primeira eram pedidos os comprimentos dos lados, as amplitudes dos ângulos, os valores dos perímetros e das áreas, na segunda e sendo fornecida a informação de que os ditos triângulos são semelhantes entre si, eram requeridas as duas razões de semelhança e relações entre os perímetros e as áreas, e mais duas alíneas para, depois de analisar aquele caso concreto, generalizar propriedades, mais precisamente sobre a relação entre os perímetros e as áreas de figuras semelhantes e o que acontece perante uma recta paralela a um dos lados de um triângulo (teorema fundamental da semelhança de triângulos).

Constatou-se, durante as aulas com a possibilidade de usufruto do software GeoGebra, que quando não era cedida uma figura mas sim os procedimentos para a sua construção, os alunos conseguiam reproduzi-la, mas nesta questão eles fixaram-se demasiado na figura, e só alguns se deram conta, nas questões seguintes, que a construção estava mal feita pois não respeitavam o paralelismo, somente produziam a imagem que viam no enunciado da prova sem levarem em consideração os restantes dados fornecidos em linguagem simbólica. Pode-se concluir desta atitude, que ou os alunos não sabem qual é o símbolo associado a rectas paralelas, o que se torna dúbio, uma vez que tinham a oportunidade de questionar, ou não leram todo o enunciado da questão a fim de interiorizarem o que era pretendido.

O carácter de complemento das primeiras alíneas desta questão tornou-se um pouco exaustivo. Mesmo assim, o preenchimento da primeira tabela teve uma enorme adesão quando comparada com a segunda, verificando 10% de absentismo e 35% de respostas completamente correctas ao passo que da outra verificou-se 55% de absentismo, nenhuma resposta completamente certa e 30% de respostas erradas. Supostamente, tais valores advêm do grau de dificuldade do que é solicitado, isto é, a tabela da alínea *a* é completada através de dados retirados, mais concretamente medidas, da construção realizada que facilmente se obtêm com o auxílio do GeoGebra, enquanto a tabela da alínea seguinte é mais elaborada, no sentido em que é necessário cálculo que o software não fornece tão facilmente.

Ora, sem as tabelas devidamente preenchidas tornava-se mais complicado realizar as interrogações posteriores, sendo apenas um aluno a conseguir bons resultados (ver figura nº: 20). No entanto, a maioria dos alunos, mesmo tendo mal os valores relativos à construção respondem à última alínea (ver figura nº: 21).



c) Compare a razão dos perímetros com a razão de semelhança dos triângulos, e a razão das áreas com a razão de semelhança dos triângulos. O que observa? Apresente as suas conclusões.

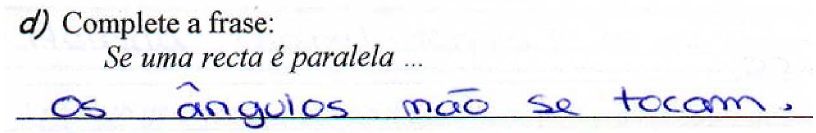
A razão ~~entre~~ perimetros de triangulos semelhantes é a razão de semelhaça R entre os lados correspondentes ~~dos~~ triangulos. E a razão entre as áreas é o quadrado da razão R

d) Complete a frase:

Se uma recta é paralela ...

se atravessar uma recta paralela a um dos lados do triangulo, esta recta divide o triangulo inicial em 2 triangulos semelhantes

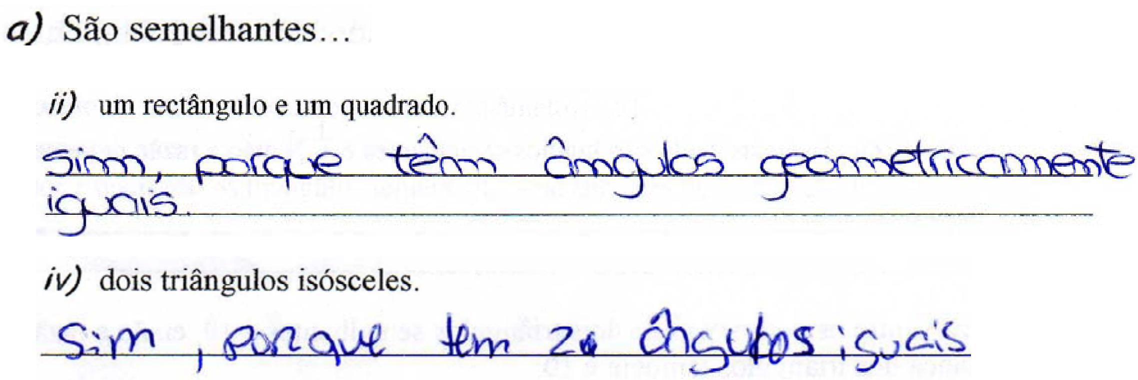
Figura nº: 20 – Respostas do aluno 2 à questão 2 alíneas (c) e (d) da Actividade com GeoGebra.



d) Complete a frase:
Se uma recta é paralela ...
os ângulos não se tocam.

Figura nº: 21 – Resposta do aluno 1 à questão 2 alínea (d) da Actividade com GeoGebra.

Como os alunos perderam muito tempo nas questões anteriores, a última questão foi feita à pressa e nalguns casos a "totoloto", uma vez que se pretendia que os alunos atribuíssem o respectivo valor lógico, com a devida justificação, da afirmação dada, e eles apenas apresentaram a letra correspondente ao verdadeiro ou ao falso. Verifica-se que quando se referem duas figuras, os alunos, tentam encontrar um critério de semelhança que se adapte e quando o têm, consideram-no único, sem testarem os outros (ver figura nº: 22). Demonstrando que sabem quais as propriedades das figuras geométricas, encontrando-se por isso no nível, de van Hiele, da análise, mas que não utilizaram um recurso que se encontrava à sua disposição, o GeoGebra, para testar as provenientes hipóteses.



a) São semelhantes…

ii) um rectângulo e um quadrado.
Sim, porque têm ângulos geometricamente iguais.

iv) dois triângulos isósceles.
Sim, porque tem 2 ângulos iguais

Figura nº: 22 – Respostas dos alunos 4 e 5 à questão 3 alínea (a ii) e (a iv) da Actividade com GeoGebra.

A relação existente entre perímetros e áreas de figuras semelhantes é ainda um conhecimento que, para muitos alunos, não está consumado, observando-se apenas 20% dos alunos a acertar completamente na questão *3* alínea *d* sobre a relação entre a razão de semelhança e a razão entre as áreas de triângulos semelhantes.

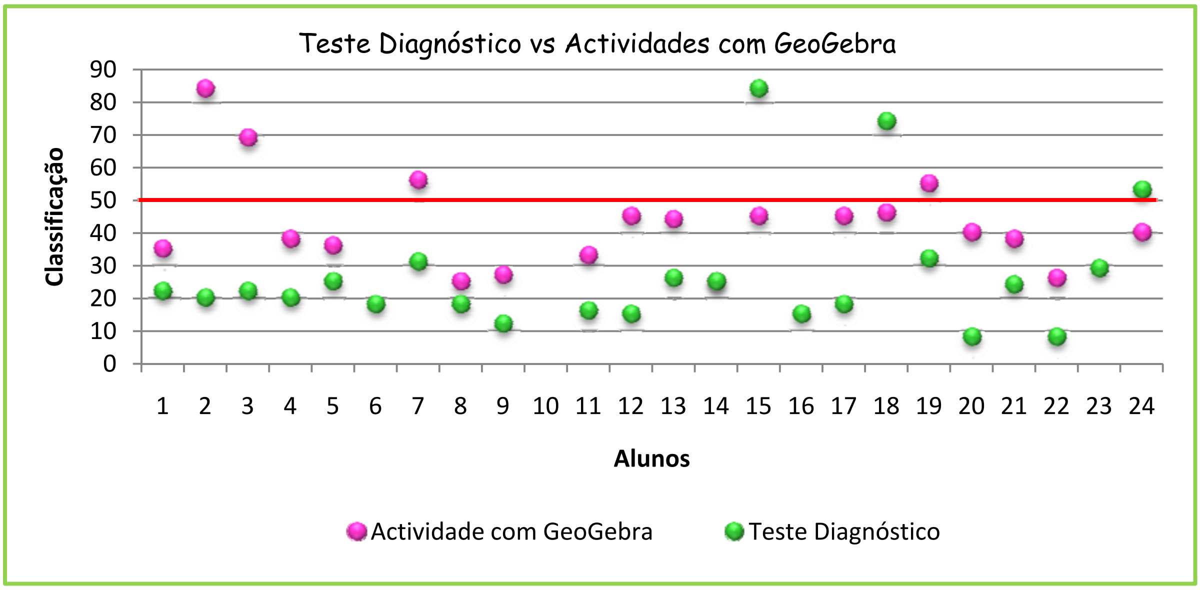


Gráfico nº: 12 – Classificações do Teste Diagnóstico e da Actividade com GeoGebra.

É de se salientar que houve três alunos que faltaram à aula de ITIC onde foi implementada a Actividade com GeoGebra.

Fazendo uma analogia entre as classificações do Teste Diagnóstico e da Actividade com GeoGebra (ver gráfico nº: 12), conclui-se que todos os alunos, excepto quatro, obtiveram melhores resultados na Actividade do que no Teste, havendo apenas um aluno a manter a sua classificação e três alunos a ter resultados inferiores na Actividade do que no Teste Diagnóstico, sendo que dois destes alunos são de nível 5 a Matemática. Apesar da subida de classificações observa-se apenas mais uma classificação positiva na Actividade do que no Teste Diagnóstico.

Verifica-se ainda que os alunos que registaram um maior saldo positivo entre as classificações das provas são: o aluno 2 com 64%, o aluno 3 com 47% e o aluno 20 com 32%. Sendo os primeiros dois alunos de nível 3 e o outro aluno de nível 1 a Matemática. Um dos factores que poderá estar por detrás destes valores, será a utilização do software GeoGebra, que tornou a aprendizagem mais dinâmica e interactiva.

Denota-se portanto que os alunos muito bons evidenciaram alguma dificuldade inicial em se adaptar a este tipo de metodologia de trabalho, enquanto os alunos considerados menos bons se adaptaram com uma maior facilidade e naturalidade. Notava-se uma maior motivação por parte dos alunos considerados menos bons quando nas aulas se utilizavam computadores. Os alunos empenhavam-se com muito mais confiança, estavam mesmo motivados para aprender, e isso transpareceu nestes resultados.

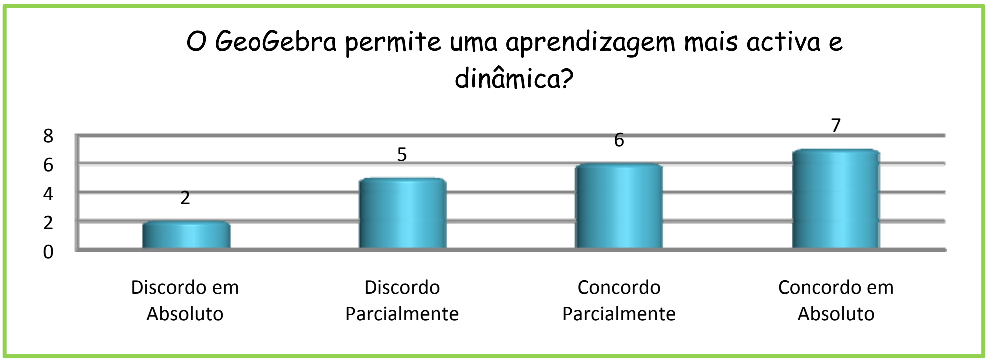


Gráfico nº: 13 – Respostas à questão "O GeoGebra permite uma aprendizagem mais activa e dinâmica?"

A opinião dos alunos no que respeita ao facto do GeoGebra permitir uma aprendizagem mais activa e dinâmica é disforme, pelo que assinalaram, por ordem decrescente, as opções: concordo em absoluto (7), concordo parcialmente (6), discordo parcialmente (5) e discordo em absoluto (2). Tendo-se assim 13 alunos que concordam contra 7 alunos que discordam, sendo mesmo uma preferência:

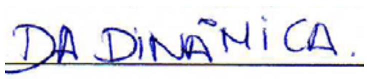


Figura nº: 23 – Resposta do aluno 14 à questão "Do que é que gostaste mais no GeoGebra?".

Quanto à questão que saiu no último Teste Intermédio de Matemática (11/5/2010), tornou-se importante, no sentido em que até a altura se fez um Teste Diagnóstico escrito e várias Fichas de Trabalho, sendo uma de avaliação, com recurso a um programa computacional, o GeoGebra, no entanto era necessário analisar qual a atitude dos alunos, agora sem o aplicativo como auxiliador.

Esta pretendia que os alunos utilizassem a semelhança de triângulos para determinar a altura da plataforma de uma torre de vigia de combate a incêndios florestais, imaginando-se a torre como dois triângulos rectângulos semelhantes onde são conhecidas algumas medidas. O Teste Intermédio é constituído por treze questões tendo esta uma cotação de seis pontos, cerca de 11% da classificação final.

Observou-se que 3 alunos optaram por não responder a esta questão, 7 alunos tiveram zero pontos, onde existe respostas curiosas, desde Teorema de Pitágoras a outras que não fazem qualquer sentido, 2 alunos tiveram um terço da classificação total, verificando-se que sabem calcular a razão de semelhança entre os triângulos, mas não a sabem aplicar, 6 alunos tiveram 4 pontos, pois para além de saberem calcular a razão de semelhança entre as figuras também a sabem aplicar, porém o questionado não é a altura total da torre, e só 4 alunos conseguiram responder correctamente, de salientar que um dos alunos resolveu este problema usando trigonometria (ver gráfico nº: 14).

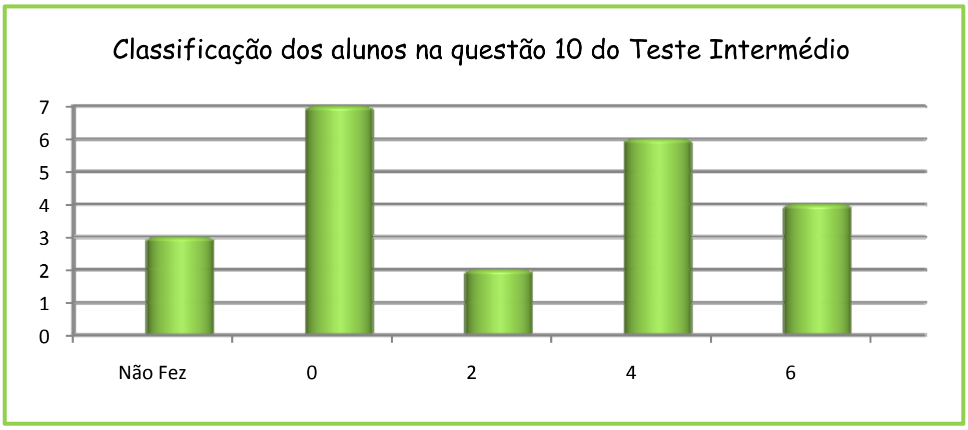


Gráfico nº: 14 – Classificação dos alunos na questão 10 do Teste Intermédio de Matemática de 11 de Maio de 2010

Fazendo uma análise mais qualitativa, verifica-se que um aluno tem o raciocínio certo, porém enganou-se nas medidas correspondentes (ver figura n: 24) o que o levou a ter zero pontos na sua classificação, ao invés de um colega que, embora pouco rigoroso na escrita, teve a cotação completa, pois demonstrou o seu raciocínio sem nenhuma falha (ver figura n: 25).

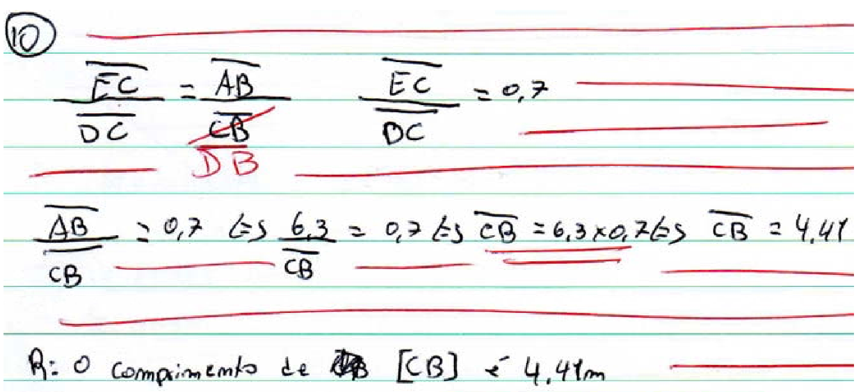
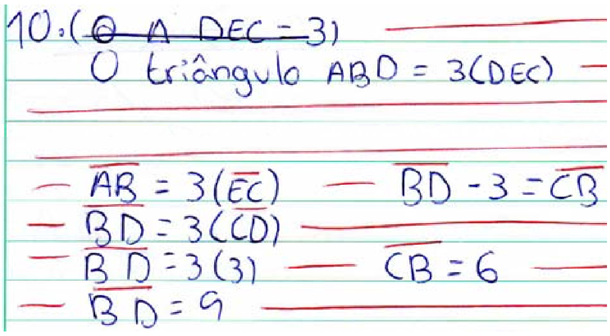


Figura nº: 24 – Resposta do aluno 18 à questão 10 da versão 2 do Teste Intermédio de Matemática de 11 de Maio de 2010.


10: (~~O A DEC = 3~~)
O triângulo ABD = 3(DEC)

— $\overline{AB} = 3(\overline{EC})$ — $\overline{BD} - 3 = \overline{CB}$
— $\overline{BD} = 3(\overline{CD})$
— $\overline{BD} = 3(3)$ — $\overline{CB} = 6$
— $\overline{BD} = 9$

Figura nº: 25 – Resposta do aluno 23 à questão 10 da versão 2 do Teste Intermédio de Matemática de 11 de Maio de 2010.

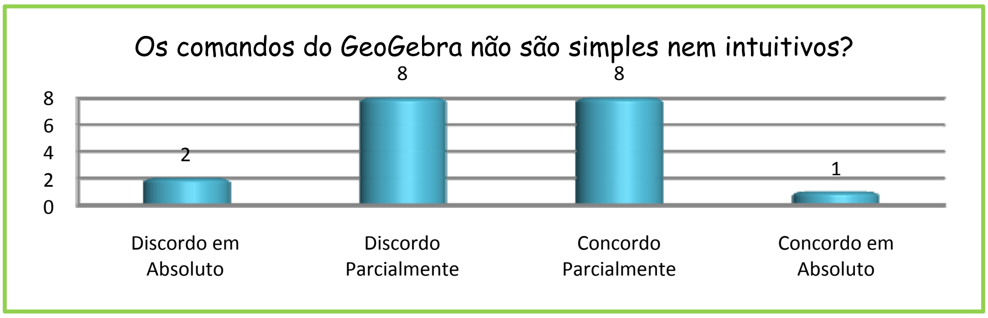


Gráfico nº: 15 – Respostas à questão “Os comandos do GeoGebra não são simples nem intuitivos?”

Houve ainda algumas questões no Questionário relevantes ao estudo, como é o caso de se saber qual a opinião dos alunos quanto ao facto dos comandos do GeoGebra não serem simples nem intuitivos, onde existe um empate entre a maioria (16) dos alunos em que uns discordam e outros concordam parcialmente, enquanto 2 alunos discordam em absoluto e apenas 1 aluno concorda em absoluto, pelo que um aluno até comenta:

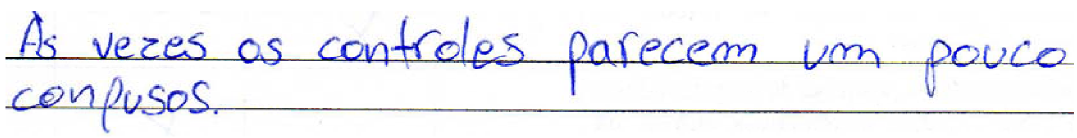


Figura nº: 26 – Resposta do aluno 7 à questão “Do que é que gostaste menos no GeoGebra?”.

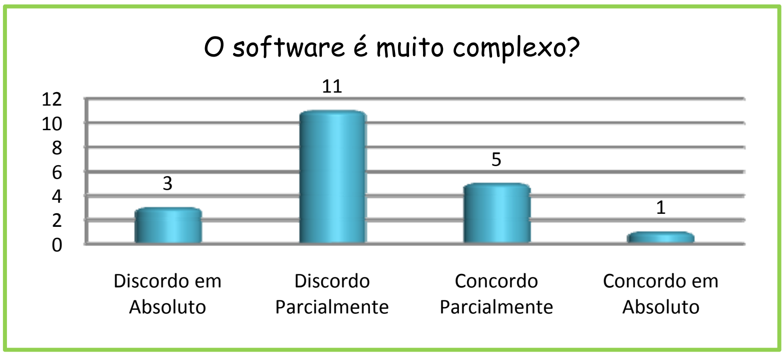


Gráfico nº: 16 – Respostas à questão “O software é muito complexo?”

Finalmente, no que diz respeito à complexidade a maioria (14) dos alunos discorda absoluta ou parcialmente enquanto 6 alunos concorda parcial ou absolutamente que o GeoGebra era muito complexo, pelo que um aluno até refere que:

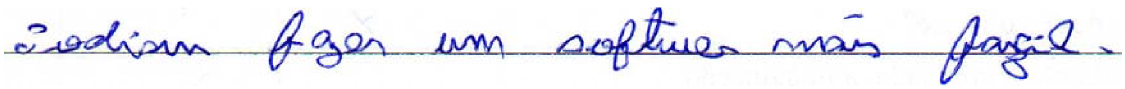


Figura nº: 27 – Resposta do aluno 8 à questão “Comentários/ Sugestões”.

Gráficos nos: 17 e 18 – Respostas às questões “Seria útil o GeoGebra no ensino de Semelhanças de Figuras?” e “Gostarias que a escola adoptasse o GeoGebra como recurso pedagógico?”

Embora 79% dos alunos esteja de acordo que o GeoGebra seria útil no ensino de *Semelhança de Figuras*, a maioria 56% dos alunos não gostava que a escola adoptasse este software como recurso pedagógico. Contráriamente a este facto um aluno ainda refere que:

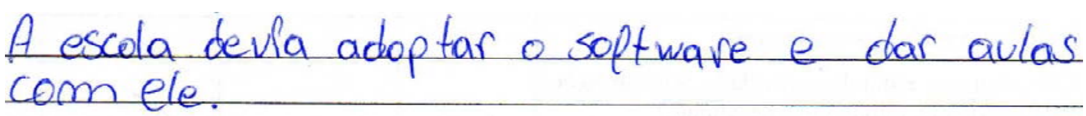


Figura nº: 28 – Resposta do aluno 7 à questão “Comentários/ Sugestões”.

Em geral, a turma divide-se, precisamente, ao meio quanto à preferência do método utilizado nas aulas, sendo que 50% da turma prefere as aulas através do método tradicional e 50% da turma prefere as aulas utilizando o GeoGebra.

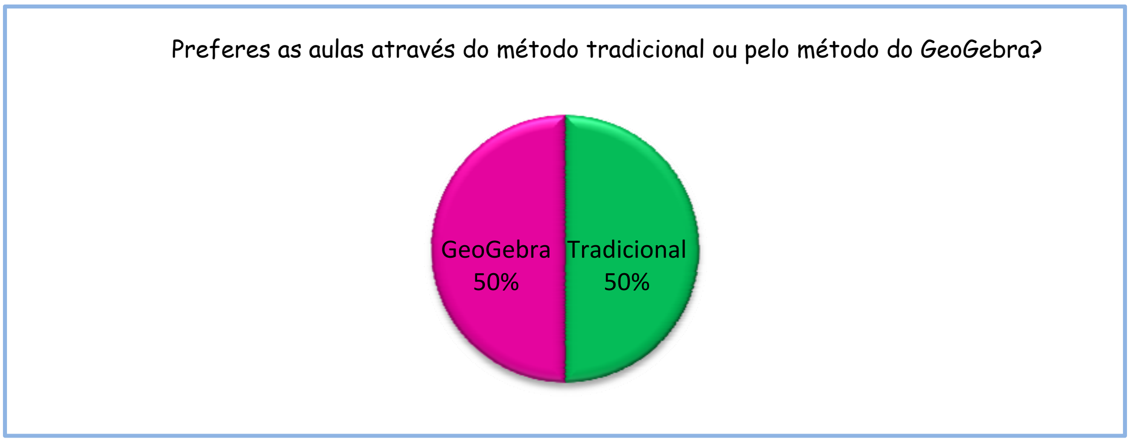


Gráfico nº: 26 – Respostas à questão “Preferes as aulas através do método Tradicional ou pelo método do GeoGebra?”

De seguida enunciam-se alguns registos dos alunos que se tornam pertinentes ao estudo, pelo que um aluno denuncia a sua preferência pelo aplicativo, dada a sua dinâmica, e os outros dois são sugestões para que este software se torne mais apelativo.

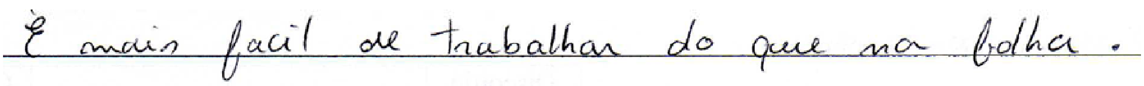


Figura nº: 29 – Resposta do aluno 22 à questão “Do que é que gostaste mais no GeoGebra?”.

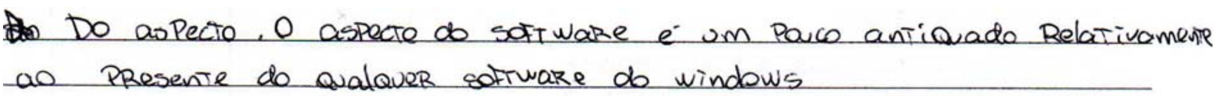


Figura nº: 30 – Resposta do aluno 20 à questão “Do que é que gostaste menos no GeoGebra?”.

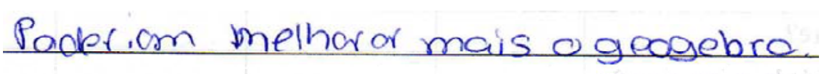


Figura nº: 31 – Resposta do aluno 11 à questão “Comentários/ Sugestões”.

Pelos dados observados e recolhidos pode-se dizer, quanto à aula de exploração do programa, que a maioria dos alunos adorou-a, poucos foram os que não gostaram pois segundo eles o aplicativo servia para fazer "bonecos" o que alguns consideravam "uma seca!". Na aula seguinte, estes sentiram-se um pouco desorientados, pois tinham de relacionar os ditos "bonecos" com a Matemática, olhavam para o ecrã sem saber bem o que fazer com as propostas dadas e necessitavam desesperadamente de ajuda. Alguns mal liam o enunciado já estavam a perguntar o que era para fazer e como. Com o decorrer da experiência foram ganhando confiança e, depois de se irem adaptando ao novo estilo de tarefas, notou-se uma considerável evolução por parte de muitos alunos quanto à forma de as encarar. Apesar de continuarem a solicitar ajuda para confirmar resultados e esclarecer eventuais dúvidas, acabaram por tentar fazer as suas investigações e elaborar as suas conclusões sozinhos e alguns alunos sentiram-se mesmo desafiados com esta nova maneira de trabalhar. Considerando o GeoGebra útil na abordagem de *Semelhança de Figuras*, sendo simples, intuitivo, dinâmico e fácil de controlar.

Capítulo V – Conclusão

Depois de um longo caminho percorrido há que "olhar para trás com olhos postos no futuro", há que tirar ilações, que permitam reflectir sobre o ensino geral da Matemática e da Geometria, em particular, sobre estratégias que contribuam para uma melhoria do processo de ensino-aprendizagem da Geometria.

Cada vez mais, nos dias de hoje, face a uma sociedade crescentemente complexa e heterogénea, cujas palavras de ordem são a exigência e a competitividade, a capacidade de nos tornarmos seres autónomos, com um papel maioritariamente interveniente, é fundamental no sentido de se conseguir dar resposta, de forma crítica, aos desafios que se nos colocam. É nesse sentido que se tem de formar esses seres e de os preparar para essas exigências. Tem-se, portanto, de repensar papéis e objectivos.

Assim, e segundo Vieira (1999), na construção de uma "pedagogia para a autonomia" em substituição de uma "pedagogia para a dependência", o aluno deve deixar de ser "sujeito passivo do saber" para passar a ser " sujeito consumidor crítico e produtor criativo do saber". O professor tem de deixar de ser a "única fonte de saber, abandonando o papel de transmissor" para assumir o papel de "mediador na relação aluno-saber, parceiro da negociação pedagógica". O saber deixa de ser "estático e absoluto" para passar a ser "dinâmico, transitório e diferenciado de sujeito para sujeito". O objectivo principal deixa de ser a "aquisição de conhecimentos" e o "domínio de capacidades de tipo cognitivo" para

> …aproximar o aluno do saber e do processo de aprendizagem, ajudá-lo a aprender a aprender, a desenvolver a capacidade de gerir a própria aprendizagem, encorajar a responsabilidade e a assunção de uma postura pró-activa no processo de aprender, desenvolver uma perspectiva crítica da escola, do saber e da aprendizagem.

Neste sentido, quer o GeoGebra, quer o trabalho realizado permitiu aos alunos participar mais activamente no seu processo de aprendizagem, e, nalguns casos, construindo o seu próprio conhecimento. Participaram na tomada de decisões, conduziram investigações, fizeram descobertas, trabalharam cooperativamente e, ao interagirem uns com os outros e ao trabalhar com o computador, tornaram-se mais activos e enriqueceram a sua aprendizagem.

Contudo, dada a inexistência de aulas com software educativo, nas diversas disciplinas, implicou que a experiência se revelasse totalmente nova para os alunos e também para a professora, o que acarretou uma deficiente gestão do tempo, isto é, como os alunos demoravam muito tempo, principalmente na parte inicial, a construir as figuras no GeoGebra, escasseava o tempo para a resolução das tarefas de uma forma mais significativa.

Apesar de os alunos se terem envolvido activamente e entusiasmadamente, contribuindo para uma aprendizagem mais estimulante e efectiva, pelas suas respostas à questão do Teste Intermédio esta aprendizagem não construiu "bons alicerces" para o futuro, no entanto tratou-se de uma abordagem diferente e estimulante da qual certamente se vão lembrar.

Como já referido, esta metodologia de ensino, onde está subjacente a construção do conhecimento pelos alunos, ao invés da habitual transmissão pelo professor, requer tempo o que pode ser um obstáculo, pois para se ter sucesso na promoção da autonomia é importante que os alunos tenham tempo, assim como os professores, para se familiarizarem com este novo tipo de metodologias e actividades. Apesar dos alunos se mostrarem interessados, ao longo da experiência, não se evidenciou a sua autonomia, visto requisitarem constantemente a ajuda do professor.

A experiência pode não ter conduzido aos resultados imediatos que se desejavam, provavelmente não é logo "visível", e que este tipo de metodologia pareça não trazer a curto prazo grandes evoluções, mas acredita-se, tal como refere Ponte (citado em Ferreira, 2005, p. 202), que

> …os grandes efeitos das inovações tecnológicas são muitas vezes apenas visíveis a longo prazo. No imediato, a maioria das oportunidades não são compreendidas pelos seus potenciais utilizadores.

pois não foi uma aprendizagem assente na memorização, tiveram de investigar, de descobrir, de reflectir, de compreender e de aplicar.

Os resultados desta experiência sugerem que o computador apoiado com software adequado, no caso concreto o GeoGebra, e com tarefas diferentes e adequadas, podem contribuir para um processo de ensino-aprendizagem mais rico, devido ao seu poder motivador e às suas potencialidades para o ensino da geometria, em que as suas actividades de iniciativa e de descoberta são predominantes. Contribui para um bom ambiente de trabalho, motivador e activo, interessante e estimulante, onde os alunos trabalham ao seu próprio ritmo, envolvem-se mais activamente e deixam de ter um papel passivo e onde o computador e o professor são seus “companheiros na descoberta”.

Bibliografia

Abrantes, P., Serrazina, L., Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Ministério da Educação: Departamento da Educação Básica. Lisboa.

Abrantes, P., Leal, L. C., Silva, M., Teixeira, P., Veloso, E. (Novembro 1997). *MAT_{789} Inovação Curricular em Matemática – propostas de actividades para os alunos*. APM. Lisboa

Afonso, C. (2002). *As fases de aprendizagem do modelo de van Hiele – uma experiência no ensino da Geometria com futuros professores do 1º Ciclo*. Braga: Universidade do Minho. Instituto de Educação e Psicologia (Dissertação de Mestrado).

Almeida, J. F., Pinto, J. M., *Teoria e Investigação Empírica nas Ciências Sociais*. Análise Social – Revista do Instituto de Ciências Sociais da Universidade de Lisboa.

APM. (2009). *Renovação do Currículo de Matemática – Seminário de Vila Nova de Milfontes 1988*. Edição Comemorativa. Lisboa

Barbosa, A. (2002). *Geometria no plano numa turma do 9º ano de escolaridade: uma abordagem sociolinguística à teoria de van Hiele usando o computador*. Universidade do Porto. Porto (Dissertação de Mestrado)

Bernades, A., Veloso, E. (1990). *O Computador na sala de aula*. 1ª Edição. Projecto Minerva. Deptº de Educação e Tecnologia da Faculdade de Ciências de Lisboa. Lisboa

Branco, E. S. (Novembro 2008). *Hans Freudenthal e as Tecnologias de Informação e Comunicação*. http://egui.blogspot.com/2008/11/hans-freudenthal-e-as-tecnologias-de.html (acedido em 9/6/2010)

Campos, L. (1985). *A informática na escola (preparatória e secundária)*. Manual de utilização do ZX Spectrum (e TC 2068). Colecção Sistemas, nº1. Editorial Presença. Lisboa.

Carmona, S. et al. (1995). *Projecto para a introdução das novas tecnologias no sistema educativo*. Lisboa: GEP

Carvalho, M. J., Andrade, A. M. V., Cardoso, E. L. (2009). *A utilização de ambientes geométricos dinâmicos no ensino e aprendizagem de Geometria – Um curso de Geometria no 9º ano de escolaridade (3º ciclo do Ensino Básico)*. Porto.

Coelho, M. I. (1995). *O Cabri-Géomètre na Resolução de Problemas – Estudo sobre processos evidenciados e construção de conhecimento por alunos do 6º ano de escolaridade*. Aveiro

D'Eça, T. A. (1998). *Net Aprendizagem: a Internet na Educação*. Portugal. Porto Editora.

Despacho 16 793/2005. (3 Agosto 2005). Diário da República – II Série. pp. 11099-11100. http://min-edu.pt/np3content/?newsId=1276&fileName=despacho_16793_2005.pdf (acedido em 5/8/2010)

Duarte, A. R. S., Silva, M. C. L. (2006). *Abaixo Euclides e Acima Quem? — Uma análise do ensino de Geometria nas teses e dissertações sobre o Movimento da Matemática Moderna no Brasil*. Práxis Educativa. Ponta Grossa.

Felício, A., Guizzo, M. A. (2009). *Software GeoGebra: Uso didáctico nas aulas de Matemática e Informática Educacional das séries finais do ensino fundamental*. Criciúma (Dissertação de Mestrado). http://anapintro.vilabol.uol.com.br/TCCGeogebra.pdf (acedido a 12/8/2010)

Ferreira, E. M. B. (Outubro de 2005). *Ensino e Aprendizagem de Geometria em Ambientes Geométricos Dinâmicos: O tema de Geometria do Plano no 9º ano de escolaridade*. Tese de Dissertação. Universidade do Minho.

Foles, A. M. A. (2009 / 2010). *Projecto Curricular de Turma – 9ºB*: Ano Lectivo de 2009/2010. Escola Secundária João de Barros. Corroios.

Hohenwarter, J. e M. (2009). *Ajuda GeoGebra – Manual Oficial da versão 3.2*

Junqueira, M. M. B. B. (1994). *Aprendizagem da Geometria em Ambientes Computacionais Dinâmicos – Um Estudo no 9º ano de Escolaridade*. Tese de Dissertação. Lisboa.

Kaleff, A. M., Rei, D. M., Henriques, A. S., Figueiredo, L. G.. *Desenvolvimento do Pensamento Geométrico – O Modelo de van Hiele*

Kuhne, G. W., & Quigley, B. A. (1997). *Understanding and Using Action Research in Practice Settings*. Daily Practice (pp. 23-40). San Francisco: Jossey-Bass Publishers.

Marques, V. L. B. (Setembro de 2009). *Os Quadros Interactivos no Ensino da Matemática*. Tese de Dissertação. Porto.

Martins, Z. (2009). *As TIC no Ensino-Aprendizagem da Matemática*. Actas do X Congresso Internacional Galego-Português de Psicopedagogia. Universidade do Minho. Braga.

Matos, J. M. (Março de 2006). *A Penetração da Matemática Moderna em Portugal na Revista LABOR*. Revista Iberoamericana de Educación Matemática. Número 5. pp. 91-110.

Ministério da Educação: Departamento da Educação Básica. *Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais*. Lisboa. 2001

Ministério da Educação. *Programa Matemática – Plano de Organização do Ensino-Aprendizagem*. Volume II. Ensino Básico 3º ciclo

Mucchielli, A. (1988). *O ensino por computador*. colecção Pedagogia. 1ª edição. Editorial Notícias. pp. 10-11. Lisboa

NCTM. (1998). *Normas profissionais para o ensino da Matemática*. Lisboa

Neto. M. (1998). *Abordagem dinâmica da geometria num programa de formação inicial de professores*. Universidade de Aveiro. Aveiro (Dissertação de Mestrado)

Peixoto, R. J. V. (2006). *A Informática na Educação*. Tese de Dissertação. Lisboa.

Petla, R. J. (Dezembro 2008). GeoGebra – Possibilidade para o Ensino da Matemática. http://www.scribd.com/doc/26819748/Geogebra-possibilidade-para-o-ensino-da-matematica (acedido em 5 /8 /2010)

Ponte, J. P. (1997). *O Ensino de Matemática na Sociedade da Informação*. Educação e Matemática. 45. Lisboa. APM.

Ponte, J. P. (2003). *O Ensino da Matemática em Portugal: Uma prioridade educativa?*. Lisboa. http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/02-Ponte(CNE).pdf (acedido em 9/6/2010)

Silva, R. M. M. (2005). *Análise e Avaliação do Cabri-Géomètre – Um estudo no 9º ano de escolaridade no âmbito da Geometria*. Tese de Dissertação. Aveiro.

Silva, G. H. G.. *O Trabalho docente com geometria dinâmica em uma perspectiva investigativa*. http://www.docstoc.com/docs/24823998/O-Trabalho-Docente-com-Geometria-Din%C3%A2mica-em-uma-Perspectiva (acedido em 12/8/2010)

Simoka, M. A.. *Mídias e Tecnologias no Ensino de Matemática*. http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/diaadia/diadia/arquivos/File/conteudo/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_simoka.pdf (acedido em 25/6 /2010)

Veloso, E. (1998). *Geometria: Temas Actuais: Materiais para Professores*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Vieira, F. (1999). *Pedagogia da dependência e pedagogia para a autonomia – Introdução a dois modos distintos de ensinar e aprender (uma língua) em contexto escolar*. Cadernos 1. pp. 1-4. Braga. http://www.euro-pal.net/GetResource?id=144 (acedido em 28/6/2010)

Anexos

Anexo I – Teste Diagnóstico

Escola Secundária João de Barros

Teste diagnóstico

2009/2010 9º Ano Semelhança de Figuras

Nome:______________________________ Nº:_____ Turma:____ Data:____/___/_____

1 Quais as afirmações verdadeiras e quais as falsas?

Nota: No caso das afirmações falsas dá um contra-exemplo.

a) Todos os triângulos equiláteros são semelhantes.

b) Todos os triângulos isósceles são semelhantes.

c) Todos os triângulos rectângulos são semelhantes.

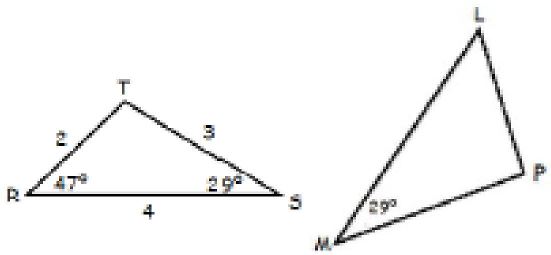
d) Todos os triângulos rectângulos isósceles são semelhantes.

e) Todos os polígonos regulares são semelhantes.

f) Todos os polígonos regulares com o mesmo número de lados são semelhantes

2 Na figura, $\Delta[RST] \sim \Delta[LMP]$.

Completa:

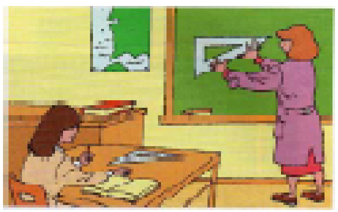


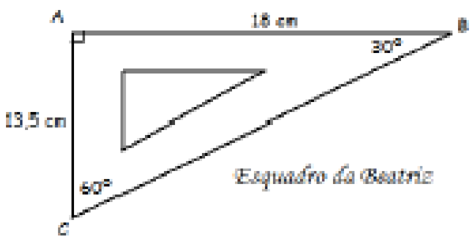
a) $\overline{LM}$ = ________

b) $\overline{MP}$ = ________

c) $\hat{T}$ = ________ d) $\hat{L}$ = ________ e) $\hat{P}$ = ________

3 O esquadro que a professora usa no quadro é uma ampliação do esquadro da Beatriz à escala 3:1.





a) Determina $\overline{BC}$.

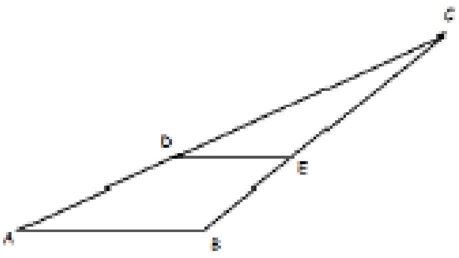
Núcleo de Estágio 1

b) Relativamente ao esquadro da professora, determina:

b_1) as amplitudes dos seus três ângulos;

b_2) os comprimentos dos seus três lados.

4 Na figura, DE//AB.

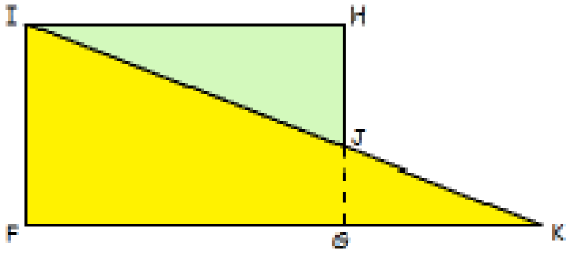


a) $\Delta[DEC] \sim \Delta[ABC]$. Justifica.

b) Calcula $\overline{CE}$ e $\overline{EB}$, supondo que $\overline{CD} = 20\ cm$, $\overline{AD} = 12\ cm$ e $\overline{CB} = 24\ cm$.

c) Determina a razão de semelhança do triângulo menor para o triângulo maior.

5 Na figura:



[FGHI] é um rectângulo

$\overline{IJ} = 21\ cm$

$\overline{FG} = 16{,}8\ cm$

$\overline{JG} = \frac{1}{3}\overline{HG}$

a) Dá exemplos de dois pares de triângulos semelhantes. Justifica a tua resposta.

b) A área do $\Delta[IHJ]$.

c) O perímetro do $\Delta[IHJ]$.

d) A razão de semelhança do $\Delta[IHJ]$ para o $\Delta[KJG]$.

e) O perímetro do $\Delta[KGJ]$.

Núcleo de Estágio 2

Anexo II – Grelha de Classificação do Teste Diagnóstico

Escola Secundária João de Barros

Matemátia - 9º B

Matriz Teste Diagnóstico

Semelhança de Figuras

19 Janeiro 2010

Nº	1						2					3			4			5					Total
	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	a	b1	b2	a	b	c	a	b	c	d	e	
	2	4	4	2	4	2	4	4	4	2	2	6	6	6	6	6	6	8	6	4	6	6	100
1	2	2	0	2	0	0	--	--	4	0	0	6	0	0	--	--	--	--	6	0	--	--	22
2	2	4	2	2	4	0	--	--	--	--	--	6	0	0	--	--	--	--	--	--	--	--	20
3	2	2	0	0	2	2	0	0	2	--	--	6	0	0	2	--	--	4	--	--	--	--	22
4	2	2	0	2	0	0	0	0	2	1	1	5	0	0	5	--	--	--	--	--	--	--	20
5	2	2	0	0	2	2	0	0	2	1	1	5	0	6	0	0	0	2	0	0	0	0	25
6	2	0	0	2	2	0	--	--	4	0	--	6	0	0	0	--	--	2	--	--	--	--	18
7	2	0	0	2	4	2	4	3	4	2	2	6	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	31
8	2	0	2	2	2	2	0	0	2	2	2	2	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	18
9	2	2	2	2	2	2	0	0	--	0	--	0	--	0	--	--	--	--	--	--	--	--	12
10																							
11	2	4	0	2	2	0	--	--	--	--	--	6	0	0	--	--	--	--	--	--	--	--	16
12	2	2	0	0	2	2	0	0	2	1	1	3	--	--	0	--	--	--	--	--	--	--	15
13	2	2	0	0	0	2	0	0	2	2	2	6	0	0	2	6	0	--	--	--	--	--	26
14	2	2	0	0	2	2	0	0	2	1	1	3	--	--	0	--	--	--	6	4	--	--	25
15	2	2	4	2	0	2	4	4	4	2	2	6	6	6	6	6	6	4	6	4	0	6	84
16	2	0	--	2	2	0	--	--	3	--	--	6	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	15
17	2	2	0	0	0	0	--	--	2	--	--	6	0	0	6	--	--	--	--	--	--	--	18
18	2	2	0	2	2	0	4	4	4	2	2	6	6	6	6	6	6	4	6	4	0	0	74
19	2	2	0	2	2	2	4	4	4	2	2	6	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	32
20	2	2	0	0	2	2	0	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	8
21	2	2	0	2	0	0	0	0	2	1	1	6	0	0	5	--	0	3	--	--	--	--	24
22	2	2	0	0	2	2	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	8
23	2	4	0	2	4	0	--	--	0	--	--	5	0	0	0	0	0	2	6	4	0	0	29
24	2	2	0	2	2	0	2	2	4	2	2	3	6	6	6	6	6	--	--	--	--	--	53

Anexo III – Mini-Guião GeoGebra

Escola Secundária João de Barros
Matemática
2009 / 2010

GeoGebra

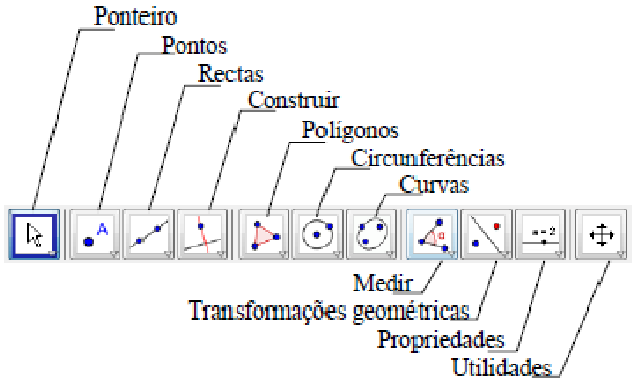
Mini-Guião

Núcleo de Estágio

O que é o GeoGebra?

O GeoGebra é um software de matemática dinâmica que junta geometria, álgebra e cálculo. É desenvolvido para aprender e ensinar matemática nas escolas por Markus Hohenwarter e uma equipa internacional de programadores.

Barra de Ferramentas



Núcleo de Estágio 2

Ponteiro

	Mover	Seleccionar e deslocar objectos
	Rodar em torno de um ponto	Girar um objecto em torno de um ponto seleccionado

Pontos

	Novo Ponto	Construção de um ponto de base e eventualmente sobre um objecto ou na intersecção de dois objectos
	Ponto de Intersecção	Construção de um ponto na intersecção de dois objectos
	Ponto Médio	Construção do ponto médio de um segmente ou de dois pontos.

Tipos de pontos

Barra de Menus: Opções → Estilo do Ponto → ● ○ ×

Rectas

	Recta definida por dois pontos	Construção de uma recta que passa por dois pontos
	Segmento	Construção de um segmento a partir de dois pontos
	Segmento dado comprimento	Construção de um segmento a partir de um ponto e da medida em causa
	Semi-recta	Construção de uma semi-recta que passa por dois pontos

Construir

	Recta Perpendicular	Construção de uma recta que passa por um ponto e é perpendicular a um segmento, recta ou semi-recta
	Recta Paralela	Construção de uma recta passando por um ponto é paralela a um segmento, recta ou semi-recta
	Mediatriz	Construção da mediatriz de dois pontos ou de um segmento
	Bissectriz	Construção da bissectriz de um ângulo definido por três pontos ou por duas rectas

Polígonos

	Polígono	Construção de um polígono a partir dos seus vértices (deve-se clicar no primeiro ponto para fechar o polígono)
	Polígono Regular	Construção dum polígono regular a partir de dois pontos e do número total de lados em causa

Circunferências

	Circunferência dados o centro e um ponto	Construção de um círculo através do centro (um ponto) e um ponto
	Circunferência dados o centro e o raio	Construção de um círculo através do centro (um ponto) e da medida do raio em causa
	Circunferência definida por três pontos	Construção de um círculo através de três pontos

Medir

	Ângulo	Através de três pontos (seleccionados ou não) ou de duas rectas, segmentos ou semi-rectas dá a amplitude do ângulo
	Ângulo com amplitude fixa	Através de um ponto, de um vértice (ponto) e da amplitude desejada, obtém-se um ângulo
cm	*Distância Comprimento Perímetro*	Permite medir o comprimento dum segmento, a distância entre dois pontos e o perímetro de um polígono ou circunferência
	Área	Permite calcular a área dum círculo ou polígono
	Declive	Permite calcular o declive de uma recta, semi-recta ou segmento de recta

Transformações Geométricas

	Reflexão numa recta	Construção da imagem dum objecto numa simetria em relação a uma recta
	Reflexão num ponto	Construção da imagem dum objecto numa simetria em relação a um ponto

Propriedades

ABC	*Inserir Texto*	Permite escrever na zona gráfica

Utilidades

	Mover	Permite mover a zona gráfica
	Exibir / Esconder objectos	Permite esconder (ou mostrar) objectos duma figura
A A	*Exibir / Esconder rótulos*	Permite esconder (ou mostrar) rótulos duma figura
	Apagar	Permite apagar algo na zona gráfica

Entrada de Comandos

A representação algébrica dos objectos matemáticos (valores, coordenadas ou equações, entre outros) é mostrada na *Zona Algébrica*.

Após inserida a definição de um objecto na *Entrada de Comandos* pressione sempre a tecla *Enter*.

Se não quiser atribuir manualmente um nome a um objecto, o GeoGebra atribui os nomes dos novos objectos por ordem alfabética.

Pontos

Os pontos são sempre nomeados usando letras maiúsculas. Insira o nome e o sinal de igualdade antes das coordenadas.

Exemplo:

`D=(5,2)`

Funções

Pode nomear uma função inserindo o nome antes da sua expressão algébrica.

Exemplo:

`y=2x+1` ou `f(x)=x^2+3`

⇨ Pode criar índices nos nomes dos objectos usando underscore.

Exemplo:

A_1 `A_1`
S_{AB} `A_{AB}`

Diálogo de Propriedades

Permite modificar as propriedades dos objectos, tais como, a cor ou o estilo.

Há várias maneiras de abrir o Diálogo de Propriedades:

- clique com o botão direito do rato num objecto e seleccione Propriedades ...
- no menu Editar seleccione Propriedades ... .

Anexo IV – Ficha de Exploração do software GeoGebra

Escola Secundária João de Barros
Actividades de Exploração
2009/2010 9º Ano GeoGebra

Nome:________________________________ Nº:_____ Turma:____ Data:____/___/_____

Actividade 1

a) Crie dois pontos A e B de coordenadas (3,2) e (11,-4) respectivamente.
b) Construa um segmento de recta com extremidades nos pontos criados anteriormente.
c) Apague o segmento construído, inclusive as extremidades.
d) Usando apenas a ferramenta, construa um outro segmento de recta.
e) Marque o ponto médio do segmento. Observe a janela geométrica e a janela algébrica.
f) Altere a cor e a "espessura" da linha.
g) Construa a circunferência que passa pelas extremidades do segmento.
h) Renomeie as extremidades do segmento para K e W.
i) Trace uma recta paralela ao segmento.
j) Esconda o segmento. A seguir exiba-o novamente.

Actividade 2

a) Abra um novo ficheiro.
b) Retire os eixos coordenados.
c) Construa um triângulo ABC.
d) Marque os ângulos internos do triângulo e observe as suas medidas na janela algébrica.
e) Movimente os vértices de modo a obter um triângulo rectângulo, agudo e obtuso.

Actividade 3

a) Abra um novo ficheiro e retire os eixos coordenados.
b) Construa um triângulo ABC com as seguintes medidas:

$$\overline{AB}=5 \qquad \overline{AC}=3 \qquad \overline{BC}=7$$

c) Marque os pontos médios dos lados $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$. Organize de modo a que o ponto médio de $\overline{AB}$ seja D e o ponto médio de $\overline{AC}$ seja E (caso seja necessário, faça uso da ferramenta *Renomear*).
d) Trace $\overline{DE}$. Observe, na janela algébrica, as medidas de $\overline{DE}$ e $\overline{BC}$. Utilizando os recursos do software, determine a razão $\frac{\overline{DE}}{\overline{BC}}$.
e) Movimente um dos vértices do triângulo e observe na janela algébrica a razão $\frac{\overline{DE}}{\overline{BC}}$.
f) Descreva a propriedade observada.

Núcleo de Estágio 1

Actividade 4

A sombra de um poste vertical, projectada pelo sol sobre o chão plano, mede 12m. Nesse mesmo instante, a sombra de um bastão vertical de 1m de altura mede 0,6m. Qual a altura do poste?

Actividade 5

Considere um triângulo ABC, com E um ponto pertencente a $\overline{AB}$, D ponto pertencente a $\overline{AC}$, e $\overline{ED}$ paralelo a $\overline{BC}$, sendo $\overline{AB} = 18\ cm$, $\overline{AC} = 12\ cm$, $\overline{ED} = 6\ cm$ e $\overline{BC} = 9\ cm$. Determine as medidas de $\overline{AE}$ e $\overline{AD}$.

Anexo V – Ficha de Aplicação de Semelhança de Figuras usando o GeoGebra

Escola Secundária João de Barros

Actividades de Avaliação

2009/2010 9º Ano GeoGebra

Nome:________________________ Nº:____ Turma:____ Data:___/___/____

Actividade A

1 – Marque um ponto O na Zona Gráfica.

2 – Crie 3 semi-rectas tendo como origem o ponto O.

Como é necessário definir uma semi-recta por dois pontos nomeie cada ponto novo de A, B e C, respectivamente.

3 – Crie o triângulo ABC.

4 – Crie um novo ponto D numa das semi-rectas.

5 – Faça uma recta paralela a um dos lados do triângulo ABC, de modo a que passe pelo ponto D.

6 – Ao ponto de intersecção entre a recta e a semi-recta chame E.

7 – Repita o passo 5 e nomeie o novo ponto de intersecção por F.

8 – Crie o triângulo DEF.

9 – Esconda as semi-rectas.

10 – Determine as medidas dos respectivos lados de cada triângulo.

a) O que se observa em relação à medida dos lados correspondentes dos dois triângulos?

b) Existe uma relação entre essas medidas?

11 – Determine as amplitudes de todos os ângulos dos triângulos.

c) O que se pode afirmar em relação à medida dos ângulos correspondentes dos dois triângulos?

d) Existe uma relação entre essas medidas?

12 – Determine o perímetro de cada triângulo.

e) O que se observa em relação à medida dos perímetros dos dois triângulos?

f) Existe uma relação entre essas medidas?

13 – Determine a área de cada triângulo.

g) O que se observa em relação à medidas das áreas dos dois triângulos?

h) Existe uma relação entre essas medidas?

i) Movimenta os pontos dos triângulos. O que se pode observar?

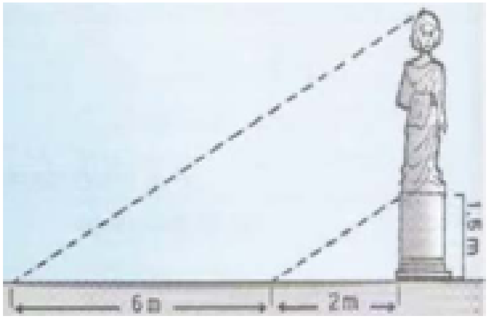
j) De acordo com os procedimentos realizados, defina triângulos semelhantes.

k) Suponha que se encontra no passo 3, como procederia para criar um triângulo semelhante ao triângulo ABC numa razão de $\frac{1}{2}$*?*

Núcleo de Estágio 1

Actividade *B*

Qual a altura de uma estátua que projecta uma sombra de 6m, sabendo que o seu pedestal de 1,5m projecta uma sombra de 2m?

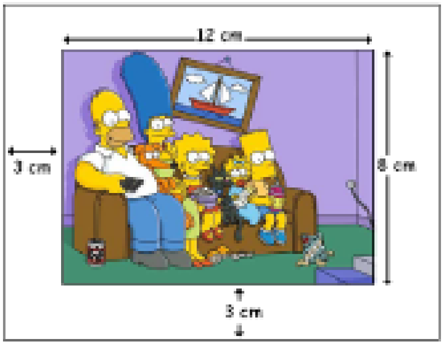


Descreve todo o processo utilizado.

Actividade *C*

Uma fotografia rectangular, com 12 cm de comprimento e 8 cm de largura foi colocada numa moldura com 3 cm de largura, como se mostra na figura, formando um rectângulo maior.

Averigúe se os rectângulos são ou não semelhantes.



O desenho não está feito à escala.

Actividade *D*

Uma fábrica produz chapéus com a mesma forma mas de tamanhos diferentes.

Para um chapéu com 50cm de diâmetro gasta 300m^2 de tecido.

Qual é a quantidade de tecido gasta para fazer um chapéu com 40cm de diâmetro?

Anexo VI – Ficha sobre Semelhança de Figuras

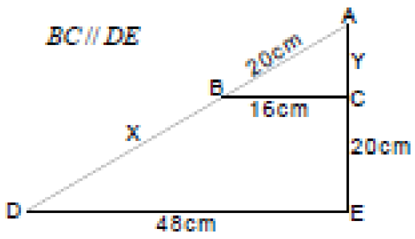
Escola Secundária João de Barros

2009/2010 9º Ano Semelhança de Figuras

Nome:______________________________ Nº:_____ Turma:____ Data:____/___/____

1 Considera a seguinte figura:

BC // DE



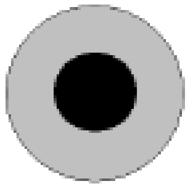
a) Justifica que os triângulos são semelhantes.

b) Calcula o valor de X.

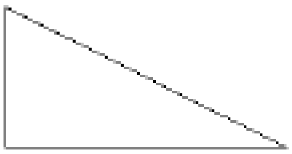
c) Calcula o valor de Y

2 Considera os dois círculos da figura ao lado, cujos raios medem 6 cm e 2,7 cm.

Qual é a razão de semelhança na passagem do círculo claro para o círculo escuro?



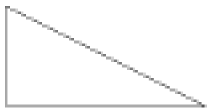
3 Atendendo aos esquemas, calcule os dados em falta:



base: 60 cm

altura: 45 cm

perímetro = ?

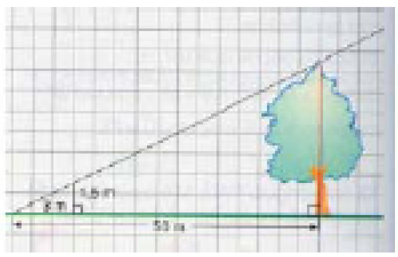


perímetro = 36 cm

área = ?

4 A Josefina pretende determinar a altura de uma árvore, usando uma vara com 1,5m. Afasta-se da árvore, sempre de costas para o sol, e verifica que a 50m da árvore o extremo da sombra da vara (vertical) fica a coincidir com o extremo da sombra da árvore, num ponto a 3m da vara.

Calcula a altura da árvore.

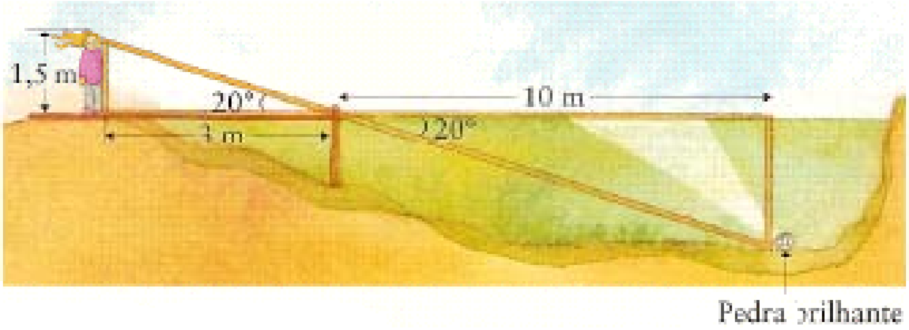


Núcleo de Estágio 1

5 A Teresa estava na margem de um lago quando observou uma pedra brilhante no fundo, como se mostra na figura.

A Helena tem 1,5 m de altura.

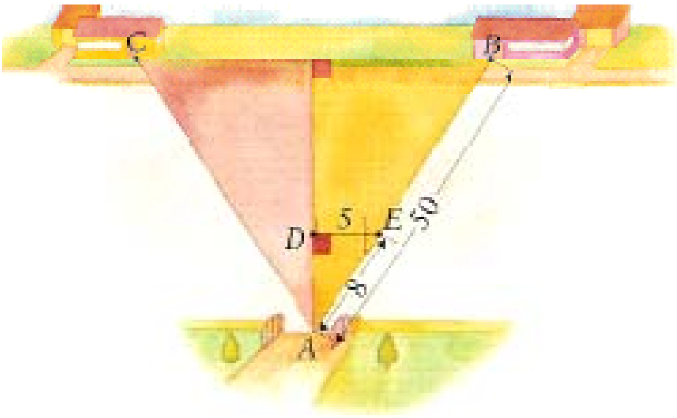
De acordo com os outros dados da figura, determine a profundidade do lago.



6 Para determinar a distância entre as casas situadas nos pontos C e B, optou-se por fixar o ponto A, que dista de C e de B 50m.

Com o auxílio de duas estacas determinou-se a distância entre D e E.

Determine a distância entre as casas.



Anexo VII – Ficha de Actividades com GeoGebra

Escola Secundária João de Barros

2009/2010 9º Ano Semelhança de Figuras

Nome: ______________________________ Nº_____ Turma:____ Data: ____/___/____

A palavra geometria é composta por duas palavras gregas: geos (terra) e metron (medida).

Esta denominação deve a sua origem à necessidade que o homem teve de medir terrenos na antiguidade, no Egipto, quando o rio Nilo todos os anos transbordava e inundava as margens. A inundação fazia desaparecer as marcações dos terrenos. Era necessário refazer as marcações. Mas como? Desenvolvendo técnicas de cálculo de perímetro e áreas, e técnicas de construção de figuras geometricamente iguais, eles conseguiram o que pretendiam.

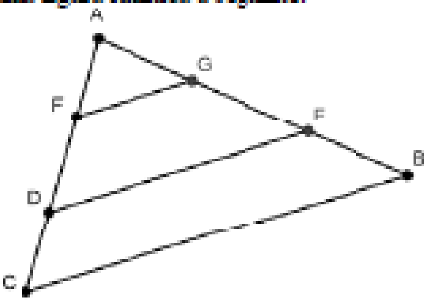
Dessa forma se originou a medida da terra (geometria), que se tornou um dos ramos mais antigos da Matemática. Foram os gregos (600 a.C.) que começaram a estabelecer os alicerces de uma geometria lógica e organizada.

Hoje a geometria, mais precisamente o estudo das figuras semelhantes tem ajudado o Homem na resolução de inúmeros problemas do quotidiano.

Actividades com auxílio do software GeoGebra

1 Construa uma circunferência de diâmetro $[AB]$.
Seja C um ponto da circunferência diferente de A e B.
Construa a recta perpendicular a $[AB]$ e que passa por C.
Seja D o ponto de intersecção entre a recta e o diâmetro $[AB]$.
Construa os segmentos $[AC]$ e $[CB]$.
Diga quantos e quais são os triângulos semelhantes que encontra na construção feita. Justifique.

2 Construa uma figura idêntica à seguinte:



Tendo em conta que:

$[DE]//[CB]$

$[FG]//[CB]$

a) Preencha a seguinte tabela:

Triângulos	$\Delta[ABC]$	$\Delta[ADE]$	$\Delta[AFG]$
Lados	$\overline{AC}$ =	$\overline{AD}$ =	$\overline{AF}$ =
	$\overline{AB}$ =	$\overline{AE}$ =	$\overline{AG}$ =
	$\overline{BC}$ =	$\overline{DE}$ =	$\overline{FG}$ =
Ângulos	$C\hat{A}B$ =	$D\hat{A}E$ =	$F\hat{A}G$ =
	$B\hat{C}A$ =	$E\hat{D}A$ =	$G\hat{F}A$ =
	$A\hat{B}C$ =	$A\hat{E}D$ =	$A\hat{G}F$ =
Perímetro	$P_{[ABC]}$ =	$P_{[ADE]}$ =	$P_{[AFG]}$ =
Área	$A_{[ABC]}$ =	$A_{[ADE]}$ =	$A_{[AFG]}$ =

b) Verificando que $\Delta[ADE]$ e $\Delta[AFG]$ são semelhantes a $\Delta[ABC]$, procure as relações que existem entre os triângulos, completando a seguinte tabela:

	Razão de semelhança r em relação ao $\Delta[ABC]$	Razão entre os perímetros	Razão entre as áreas
$\Delta[ADE]$		$\frac{P_{[ADE]}}{P_{[ABC]}}$ =	$\frac{A_{[ADE]}}{A_{[ABC]}}$ =
$\Delta[AFG]$		$\frac{P_{[AFG]}}{P_{[ABC]}}$ =	$\frac{A_{[AFG]}}{A_{[ABC]}}$ =

c) Compare a razão dos perímetros com a razão de semelhança dos triângulos, e a razão das áreas com a razão de semelhança dos triângulos. O que observa? Apresente as suas conclusões.

Núcleo de Estágio 2

d) Complete a frase:
Se uma recta é paralela …

3 Verdadeiro ou Falso? Justifique.

a) São semelhantes…

i) dois quadrados.

ii) um rectângulo e um quadrado.

iii) dois rectângulos com as medidas dos lados correspondentes directamente proporcionais.

iv) dois triângulos isósceles.

v) dois polígonos geometricamente iguais.

vi) dois círculos.

vii) dois triângulos equiláteros.

b) Se a razão de semelhança de dois triângulos é $\frac{1}{2}$, então a razão dos perímetros é $\frac{1}{2}$.

c) Se a razão das áreas de dois triângulos semelhantes é $\frac{1}{4}$, então a razão de semelhança é $\frac{1}{2}$.

d) Se a razão de semelhança de dois triângulos é 3, então a razão das áreas é 6.

e) Se a razão entre os perímetros de dois triângulos semelhantes é 10, então a razão de semelhança dos triângulos também é 10.

Bom trabalho!

Anexo VIII – Grelha de Classificação das Actividades com GeoGebra

Escola Secundária João de Barros

Matemátia - 9º B

Grelha Classificação Actividade com GeoGebra

Semelhança de Figuras

16 Abril 2010

Nº	1	2				3											Total
		a	b	c	d	a							b	c	d	e	
						i	ii	iii	iv	v	vi	vii					
	16	12	6	10	12	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	100
1	9	2	0	--	4	4	0	4	0	4	2	4	0	2	0	0	35
2	16	12	4	10	12	2	4	2	4	2	2	4	2	2	4	2	**84**
3	16	12	4	5	4	4	2	2	2	2	2	4	2	2	4	2	**69**
4	16	--	--	--	4	4	0	4	0	2	2	4	0	2	0	0	38
5	10	2	0	--	4	4	0	4	0	4	2	4	0	2	0	0	36
6																	
7	14	12	--	--	--	4	0	4	0	4	4	4	2	2	4	2	**56**
8	9	2	0	--	0	4	0	2	0	0	2	4	0	2	0	0	25
9	10	9	--	--	--	--	--	--	--	--	2	4	0	2	0	0	27
10																	
11	10	9	--	--	4	4	0	--	--	--	2	2	0	2	0	0	33
12	12	11	--	--	4	4	0	4	0	2	2	4	0	2	0	0	45
13	10	12	0	--	4	4	0	4	0	4	2	4	--	--	--	--	44
14	5	12	--	--	--	2	0	2	2	2	--	--	--	--	--	--	25
15	12	11	--	--	4	4	0	4	0	2	2	4	0	2	0	0	45
16																	
17	12	11	--	--	4	4	0	4	0	2	2	4	0	2	0	0	45
18	14	12	4	--	--	4	0	4	0	4	0	4	--	--	--	--	46
19	14	11	--	--	--	4	0	4	0	4	4	4	2	2	4	2	**55**
20	14	2	0	0	4	4	0	4	0	4	2	4	0	2	0	0	40
21	16	--	--	--	4	4	0	4	0	2	2	4	0	2	0	0	38
22	--	2	0	--	4	4	0	4	0	4	2	4	0	2	0	0	26
23																	
24	10	12	--	--	--	2	0	2	2	2	2	2	2	0	2	2	40

Anexo IX – Questionário

Escola Secundária João de Barros

2009/2010 9º Ano Semelhança de Figuras

Nome: ______________________________ Nº:____ Turma:____ Data: ____/___/____

1. Já alguma vez utilizaste um software matemático? Sim ____ Não _____

   1.1 Se sim, qual? ______________________________

   1.2 E em que contexto?

____

____

____

____

2. Marca com ✕ a tua opinião.

	Discordo em Absoluto	Discordo Parcialmente	Concordo Parcialmente	Concordo em Absoluto
O GeoGebra contribuiu para se perceber melhor a importância da Matemática?				
O GeoGebra promove o desenvolvimento do raciocínio?				
O GeoGebra não permite relacionar a geometria com a vida quotidiana, com outras disciplinas ou com outros conteúdos matemáticos?				
O GeoGebra não se adapta ao estudo de Semelhança de Figuras?				
O GeoGebra permite a pesquisa de propriedades e relações entre objectos matemáticos através da manipulação directa desses objectos?				
O GeoGebra permite a elaboração de conjecturas geométricas e respectiva testagem?				
O GeoGebra permite uma aprendizagem mais activa e dinâmica?				
Foi fácil a familiarização com o GeoGebra?				
Os comandos do GeoGebra não são simples nem intuitivos?				
É fácil o controlo deste software?				
Este programa estimula a novidade, a imaginação e a criatividade, tornando-se desafiante?				
O software é muito complexo?				
O GeoGebra permite que o aluno se sinta responsável pela sua própria aprendizagem?				
O GeoGebra ajudou na resolução de problemas?				

Núcleo de Estágio 1

3. Seria útil o GeoGebra no ensino de Semelhança de Figuras? Sim _______ Não ________

4. Qual a tua avaliação do GeoGebra?

   Fraco ______ Satisfaz _______ Bom _______ Muito Bom ________

5. Gostarias que a escola adoptasse o GeoGebra como recurso pedagógico? Sim _____ Não ______

6. Preferes as aulas através do método tradicional ou pelo método do GeoGebra?

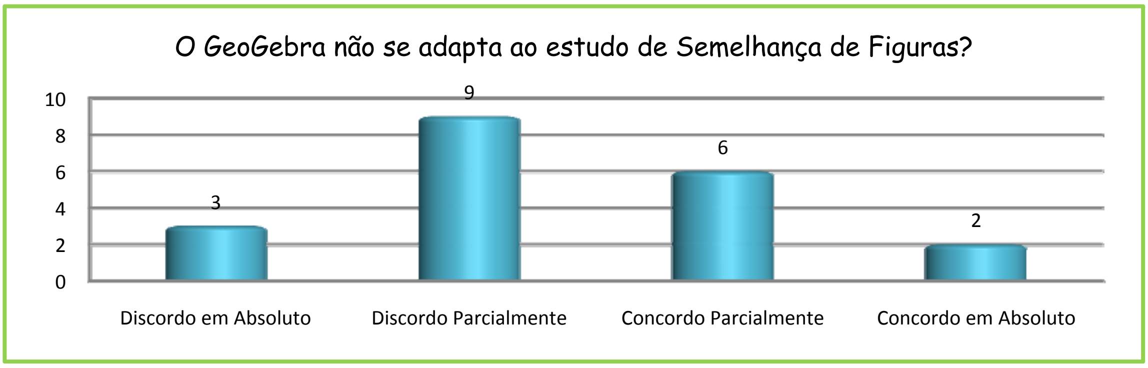
   Tradicional ________ GeoGebra ________

7. Do que é que gostaste mais no GeoGebra?

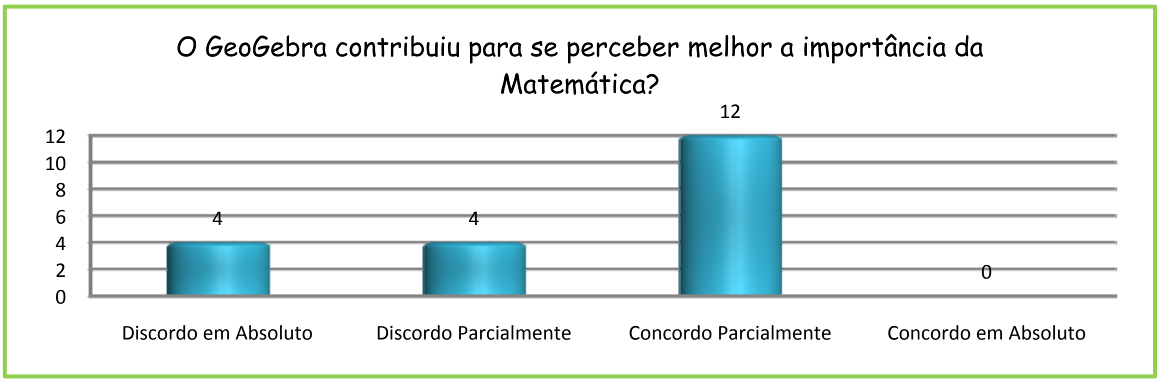
8. Do que é que gostaste menos no GeoGebra?

9. Comentários / Sugestões:

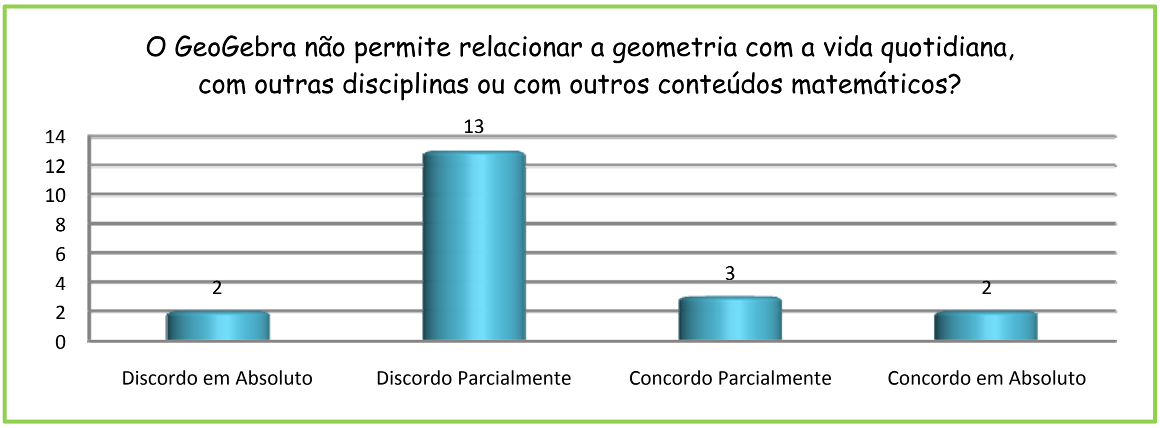
Anexo X – Resultados do Questionário em falha



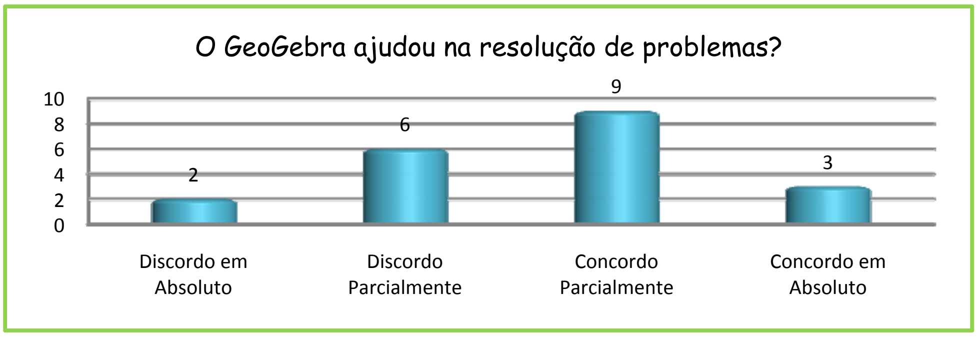
A maioria dos alunos é da opinião que o GeoGebra se adequa à abordagem do tema em causa, mesmo sentindo algumas dificuldades, sendo 12 alunos a discordar absoluta ou parcialmente que o GeoGebra não se adapta ao estudo de Semelhança de Figuras.



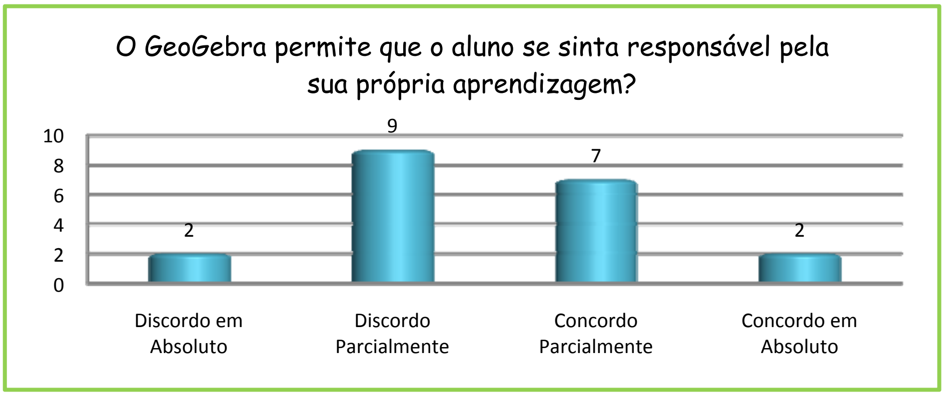
Verifica-se que a maioria (12) dos alunos concorda, embora parcialmente, que o GeoGebra contribui para se perceber melhor a importância da Matemática e 8 alunos discorda. A diferença de quatro opiniões pode dever-se ao pouco tempo e às condições em que se realizou o estudo.



Quanto aos encadeamentos os alunos (13) parecem unânimes a discordar parcialmente que o GeoGebra não permite relacionar a geometria com a vida quotidiana, com outras disciplinas ou com outros conteúdos matemáticos. É pertinente verificar que o mesmo número (2) de alunos que discorda em absoluto é o mesmo que concorda em absoluto. Apenas 3 alunos concordam parcialmente.

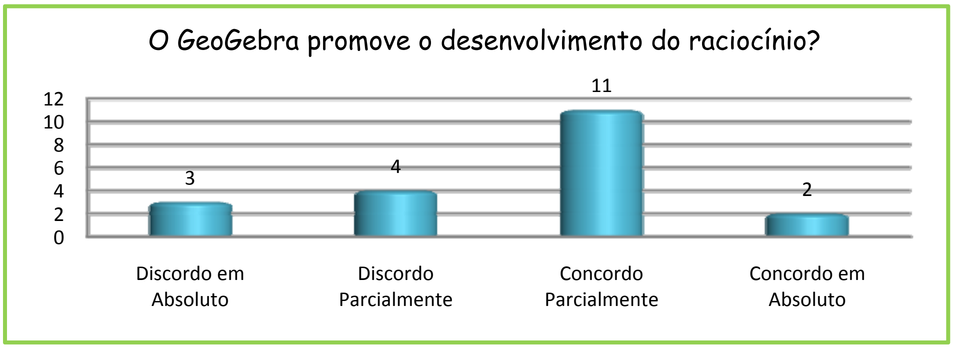


No que respeita à resolução de problemas a maioria (12) dos alunos diz concordar parcial ou absolutamente que o GeoGebra ajudou na resolução de problemas enquanto 8 alunos discordam absoluta ou parcialmente.

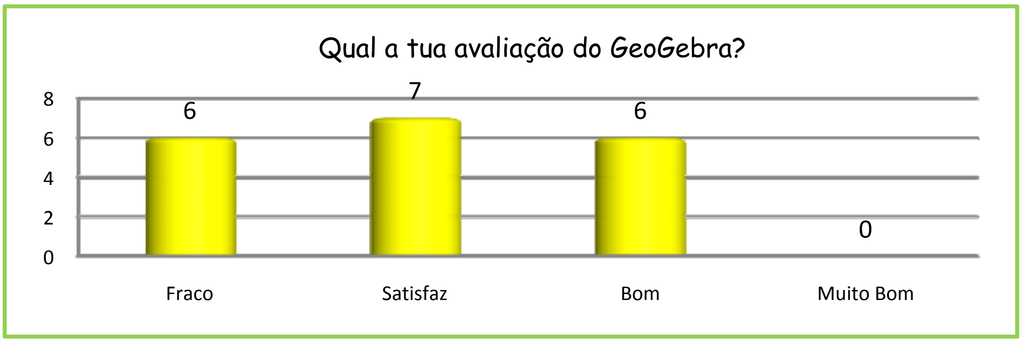


Verifica-se que 9 alunos concordam parcial ou absolutamente com o facto do GeoGebra permitir que o aluno se sinta mais responsável pela sua aprendizagem e que 11 alunos, a maioria, discordam parcial ou absolutamente.

Estes resultados corroboram as constatações feitas e as hipóteses avançadas no processo de análise.



No que diz respeito ao desenvolvimento do raciocínio a esmagadora maioria (11) dos alunos refere concordar parcialmente, que o GeoGebra o promove.



Estes resultados podem ser dúbios, uma vez que os alunos podem ter interpretado a questão como a sua própria avaliação no GeoGebra, pois no dia em que foi feito o questionário foi entregue aos alunos a correcção de uma ficha que estes tinham realizado.

Anexo XI – Questão 10 da versão 1 e 2 do Teste Intermédio de Matemática do 9º ano de 11/05/2010

10. Para assegurar a actividade de prevenção, vigilância e detecção de incêndios florestais, existem torres de vigia. A Figura 3 é uma fotografia de uma dessas torres.

Para determinar a altura da plataforma da torre, imaginaram-se dois triângulos rectângulos, semelhantes, representados na Figura 4.

Figura 3

Figura 4

A Figura 5 representa um esquema desses dois triângulos. O esquema não está desenhado à escala.

Sabe-se que:

- $\overline{DC} = 2{,}5\,m$
- $\overline{EC} = 1{,}6\,m$
- $\overline{AB} = 4{,}8\,m$

Qual é o comprimento, em metros, de $[CB]$?

Apresenta os cálculos que efectuaste.

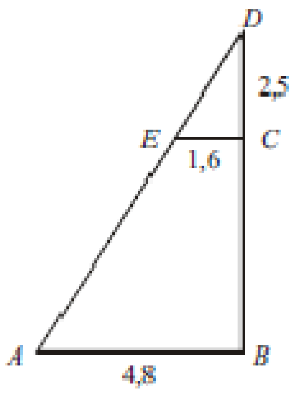


Figura 5

2.º Teste Intermédio de Matemática – 3.º Ciclo do Ensino Básico – Versão 1 – Página 8

10. Para assegurar a actividade de prevenção, vigilância e detecção de incêndios florestais, existem torres de vigia. A Figura 3 é uma fotografia de uma dessas torres.

Para determinar a altura da plataforma da torre, imaginaram-se dois triângulos rectângulos, semelhantes, representados na Figura 4.

Figura 3

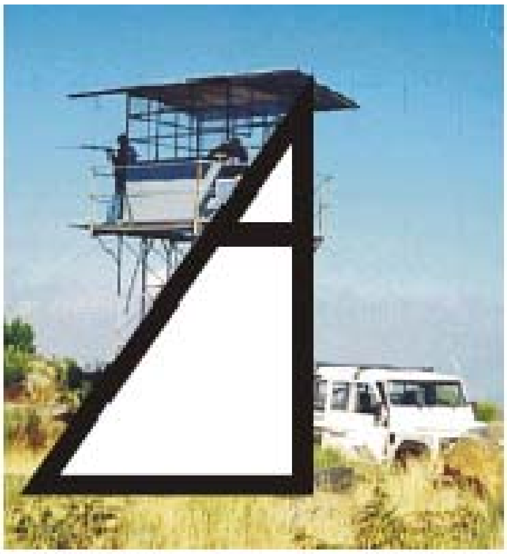


Figura 4

A Figura 5 representa um esquema desses dois triângulos. O esquema não está desenhado à escala.

Sabe-se que:

- $\overline{DC} = 3\,m$
- $\overline{EC} = 2{,}1\,m$
- $\overline{AB} = 6{,}3\,m$

Qual é o comprimento, em metros, de $[CB]$?

Apresenta os cálculos que efectuaste.

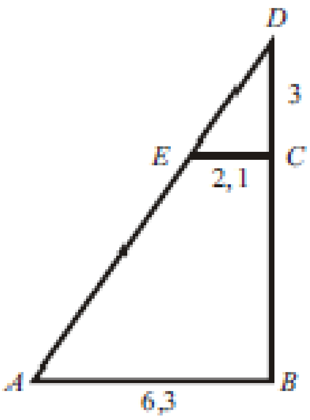


Figura 5